

# Concours général de mathématiques

2009

## Exercice 2 – Sujet

Je joue avec 4 dés à 20 faces. Chacun de ces dés, dont la forme est un icosaèdre, a ses faces numérotées de 1 à 20. Lorsqu'on le lance, chaque face apparaît sur le dessus avec la même probabilité de  $\frac{1}{20}$ .

Lorsque, parmi les 4 dés, une face apparaît au moins deux fois, je marque le nombre de points correspondant à cette face. Ainsi :

- Avec la combinaison 3 – 4 – 12 – 16, je ne marque rien ;
- Avec la combinaison 2 – 8 – 11 – 11, je marque 11 points ;
- Avec la combinaison 4 – 9 – 9 – 9, je marque 9 points ;
- Avec la combinaison 2 – 2 – 2 – 2, je marque 2 points.

1. Quelle est la probabilité que je ne marque rien ?
2. Soit  $a$  compris entre 1 et 20. Déterminer pour tout  $k \leq 4$  la probabilité d'avoir exactement  $k$  nombres  $a$  parmi les dés lancés.
3. Pour tout  $a$  on note  $X_a$  la variable aléatoire qui vaut 1 s'il y a au moins deux dés égaux à  $a$  parmi les quatre du lancer, et à 0 sinon.  
Préciser la loi de  $X_a$  et exprimer le gain  $G$  à l'aide de ces variables.  
Combien de points puis-je espérer en moyenne ?
4. Quelle est la probabilité que je marque exactement 8 points ?

On suppose à partir de maintenant qu'après avoir lancé les 4 dés, je sois autorisé à relancer entre 0 et 4 dés pour améliorer mon score.

5. J'ai obtenu 11 – 7 – 2 – 2. J'hésite entre tout relancer, garder le 11, et garder le 2. Que dois-je faire ?
6. On suppose que j'ai obtenu 4 dés différents  $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$ . Quels dés dois-je relancer ?