

Section scientifique : Devoir Maison n°3
A rendre le 10 avril au plus tard

→ Si le sujet vous amène à chercher certaines données, pensez bien à préciser quelles valeurs vous utilisez.

Nous vous avons déjà présenté ce personnage assez particulier qu'est Mat, notre écologiste averti et pratiquant. Nous allons aujourd'hui faire plus ample connaissance avec lui, son entourage et ses mœurs parfois étranges.

C'est un jeune homme qui fête aujourd'hui ses 35 ans (il est donc un peu plus vieux que vos professeurs de section), il possédait à l'âge de 30 ans 100 milliards de neurones (nettement moins que chacun de vos professeurs de section ☺), or, depuis cet âge il en perd 100 000 par jour (il en est vraiment désolé ... sachez-le), il faut savoir que ce phénomène est commun à tous les humains (et probablement à bien d'autres espèces animales ... Pour autant, l'étude de cette perte chez la coccinelle, le requin marteau ou le rhinocéros blanc n'est pas chose aisée, vous en conviendrez.).

- 1) Combien Mat a-t-il de neurones ?
- 2) A quel âge n'en aura-t-il plus ?

Mat habite une maison, mais ça vous le saviez déjà, une maison muni d'un digicode dont il oublie toujours le code, c'est pourquoi il l'a écrit sur la porte : « 103505 ». Mais pour tromper les éventuels intrus, celui-ci est écrit en base 10 alors que, comme chacun sait, les digicodes sont écrits en base 15 (vous ne le saviez pas ?).

- 3) Quel est son code d'entrée ?

(Aux esprits curieux et toujours en éveil, nous tenons à préciser que Mat n'a pas fait installer de digicode à l'intérieur pour pouvoir sortir de chez lui. Il part du principe, somme toute raisonnable, qu'il n'a pas à empêcher qui que ce soit de sortir de chez lui)

Mat n'est pas du genre à prendre les choses à la légère ... Après avoir constaté que sa maison lui offrait une surface habitable totale de 135m^2 et mesuré une hauteur sous plafond moyenne de 2,5m, il a découvert que la masse volumique de l'air était de 1,29 grammes par litre.

- 4) Quel est le volume de sa maison ?
- 5) Quelle est la masse d'air, en kilogrammes, contenue dans sa maison ?

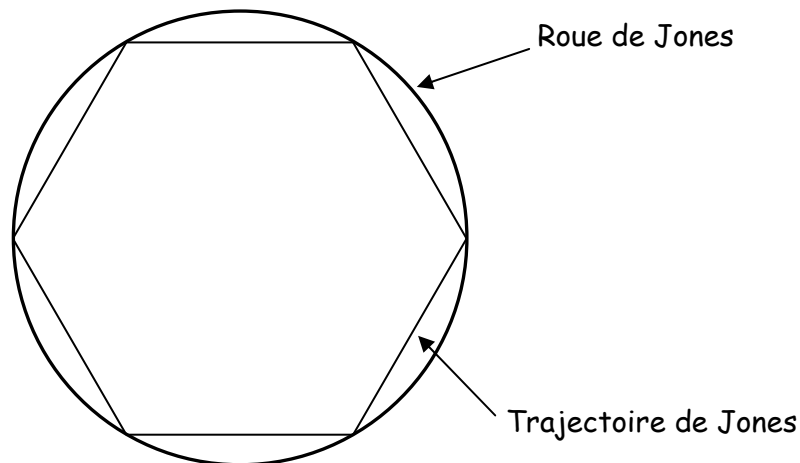
Mat fait partie du fan club de Sissa, l'inventeur du jeu d'échecs. La légende dit que, pour récompense, Sissa avait demandé à son roi du blé (comme quoi les hommes ne changent pas ... Ce jeu non plus d'ailleurs !) selon le principe suivant : 1 grain pour la première case, 2 pour la deuxième, 4 pour la troisième et ainsi de suite, en doublant à chaque fois. Mat, juste pour rire (cette demande avait également beaucoup fait rire le roi qui, tout à la joie de découvrir le jeu merveilleux, s'était naturellement empressé d'accepter ... les calculs ci-dessous vont vous convaincre que toute personne peut trouver un intérêt certain à maîtriser quelques notions mathématiques ... et qu'il est fortement déconseillé, de façon générale, de répondre trop vite aux questions que l'on vous pose !), veut réaliser cette expérience.

- 6) Combien y a-t-il de grains de riz sur la nième case ?
- 7) Vérifier que $2^0 + 2^1 = 2^2 - 1$
 $2^0 + 2^1 + 2^2 = 2^3 - 1$
 $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 1$
- 8) En utilisant la dernière égalité montrer que $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 1$;
- 9) En déduire (on admettra que la relation ci-dessus est vrai à tous les rangs) le nombre total de grains que doit récupérer Mat (on donnera en particulier l'ordre de grandeur du résultat en notation scientifique) ;
- 10) Sachant que 1000 grains pèsent 50mg, quelle est la masse totale de grains ?
- 11) Sachant que la production de la France est de 40 millions de tonnes de blé par an, Mat doit récupérer l'équivalent de combien d'années de production ?

Le résultat précédent a naturellement fait rapidement disparaître le sourire des lèvres de Mat ... Il en a même un peu le tournis ! Il décide alors d'aller se reposer quelques instants dans son salon. C'est d'ailleurs là que vivent ses deux animaux : un adorable cochon d'inde, Jones (c'est un aventurier ... mais dépourvu de chapeau et de fouet !), et un poisson rouge, déjà connu de vous, sobrement baptisé Maurice (du nom de l'île à proximité de laquelle il fut attrapé. On en tire le lien immédiat existant entre Maurice et Jones lorsque l'on connaît la localisation de cette île) ; ce dernier vit dans un luxueux aquarium (sans digicode mais équipé de tout ce qu'un jeune poisson rouge moderne peut ambitionner de posséder pour se distraire : home cinéma, salle de musculation, jacuzzi, ordinateur, balles à jongler, baby-foot, bar, ...), une sphère de 20 cm de diamètre (en toute rigueur, il ne s'agit pas d'une sphère sans quoi vous pourriez très légitimement vous demander comment Maurice aurait fait pour y être introduit ... ce détail est néanmoins sans importance ici). Il y fait quotidiennement, pour entretenir sa forme, 14 000 tours au niveau de l'équateur (l'équateur de son bocal, bien sûr !).

- 12) Quelle est sa vitesse moyenne ?
- 13) Au bout de combien de temps a-t-il parcouru l'équivalent d'une traversée du Pacifique ?

Jones n'est pas en reste ! C'est rappelons-le, un aventurier, et il doit, à ce titre, « se maintenir en condition » comme on dit (nous ne savons pas exactement qui le dit ... mais on le dit !). Sa cage est ainsi pourvue d'une roue dans laquelle Jones fait des tours à n'en plus finir. Le diamètre de cette roue mesure également 20cm. A l'intérieur, Jones ne court pas vraiment, il fait des bonds réguliers ! Il en fait 6 exactement quand la roue effectue un tour complet (tout se passe donc comme si Jones parcourait à chaque tour un hexagone régulier : voir la figure ci-dessous). Et en une journée, il effectue 90 000 bonds.



- 14) Sur une feuille blanche, tracer un cercle de diamètre de 20 cm et construire un hexagone régulier inscrit dans ce cercle ;
- 15) En vous servant de vos neurones (vous êtes nettement plus jeunes que nous donc il vous en reste beaucoup plus !) calculer le périmètre de cet hexagone ;
- 16) Quelle est la vitesse de Jones ?
- 17) Au bout de combien de temps aura-t-il parcouru l'équivalent de la distance Terre-Lune ?
- 18) Pendant ce temps, combien Mat aura-t-il perdu de neurones ?