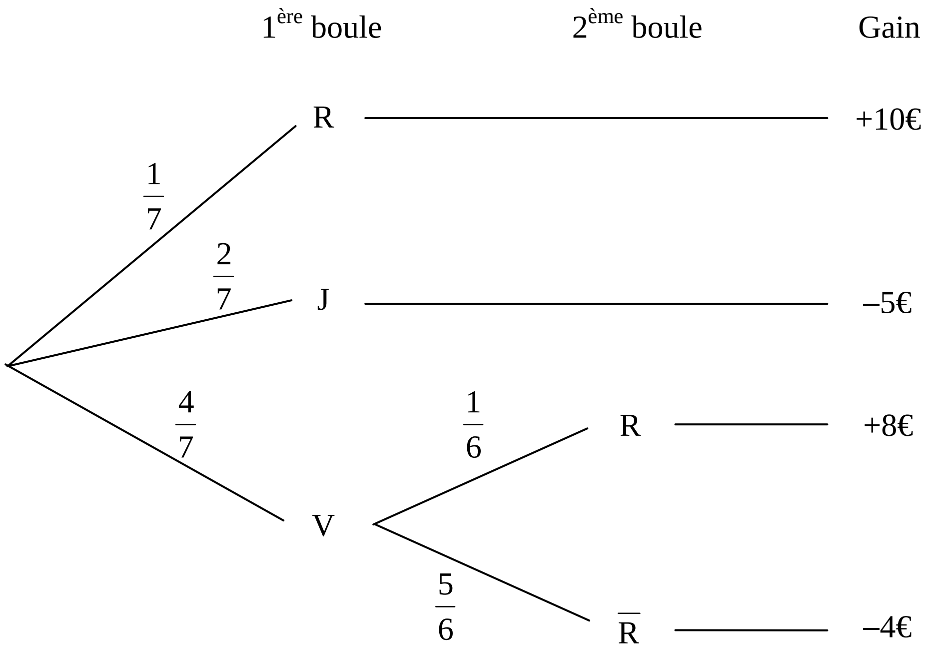
Loi de Probabilité Discrète

Corrigés d'exercices

N°46 page 47

1. On obtient l'arbre suivant :



2. Notons G l'événement « le joueur est gagnant ».
   Deux issues réalise cet événement :
   - G_1 : « La première boule tirée est rouge » ;
   - G_2 : « La première boule tirée est verte et la seconde boule tirée est rouge ».

   On a alors : $p(\text{G}) = p(\text{G}_1) + p(\text{G}_2)$.

   Or : $p(\text{G}_1) = \frac{1}{7}$ et $p(\text{G}_2) = p(\text{V}_1 \cap \text{R}_2) = p(\text{V}_1) \times p_{\text{V}_1}(\text{R}_2) = \frac{4}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{21}$

   D'où :

$$p(\text{G}) = p(\text{G}_1) + p(\text{G}_2) = \frac{1}{7} + \frac{2}{21} = \frac{5}{21}$$

La probabilité de l'événement « le joueur est gagnant » est égale à $\frac{5}{21}$.

3. a) Notons X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique (en euros) du joueur.
On a :

$$p(X=10)=\frac{1}{7}$$

$$p(X=8)=p(G_2)=\frac{2}{21}$$

$$p(X=-4)=\frac{4}{7}\times\frac{5}{6}=\frac{10}{21}$$

$$p(X=-5)=\frac{2}{7}$$

On peut alors fournir le tableau suivant :

Gain (€)	–5	–4	8	10
Probabilité	$\frac{2}{7}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{7}$

b) A l'aide des valeurs obtenues précédemment, on obtient :

$$E=-5\times\frac{2}{7}-4\times\frac{10}{21}+8\times\frac{2}{21}+10\times\frac{1}{7}=\frac{1}{21}(-30-40+16+30)=-\frac{24}{21}=-\frac{8}{7}$$

$$\boxed{E=-\frac{8}{7}}$$

4. Dans cette question, on remplace le gain de 8€ par un gain de x€ à déterminer de telle sorte que l'espérance du jeu soit nulle.
L'espérance s'écrit cette fois :

$$E=-5\times\frac{2}{7}-4\times\frac{10}{21}+x\times\frac{2}{21}+10\times\frac{1}{7}=\frac{1}{21}(-30-40+2x+30)=\frac{2x-40}{21}=\frac{2}{21}(x-20)$$

Il vient donc : $E=0$ pour $x=20$.

Les autres conditions du jeu restant identiques à celles du jeu initial, l'espérance du jeu sera nulle si on attribue au joueur un gain de 20€ lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge.