QCM – Page 148

Question Q1

→ Réponse c

On a immédiatement $\ln e^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$. Or $\frac{5}{2} \neq 2,499$ et $\frac{5}{2} \neq \frac{2}{5}$ mais $e^{\ln\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$.

Question Q2

→ Réponse b

On a : $\left(e^2\right)^2 \times \frac{1}{e^{2x}} = e^{2\times 2} \times \frac{1}{e^{2x}} = \frac{e^4}{e^{2x}} = e^{4-2x} \neq e^{4+2x}$ (en général).

Par ailleurs : $e^{4+2x} = e^4 \times e^{2x} \neq e^4 + e^{2x}$ (en général).

En revanche, on a : $\left(e^{2+x}\right)^2 = e^{2(2+x)} = e^{4+2x}$.

Question Q3

→ Réponse a

Comme $a < b$ et comme la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, on a immédiatement : $e^a < e^b$ et donc, comme $e^b > 0$: $\frac{e^a}{e^b} < 1$.

On en tire aussi : $\frac{1}{e^a} > \frac{1}{e^b}$, soit : $e^{-a} > e^{-b}$. On rejette ainsi la réponse b.

On a : $0 < a < b$, on a : $\frac{a}{b} > 0$ et donc : $e^{\frac{a}{b}} > 1$. On rejette ainsi la réponse c.

Question Q4

→ Réponse c (attention. Faute de frappe dans le livre)

La croissance stricte sur $\mathbb{R}$ de la fonction exponentielle nous permet d'écrire :

$$e^{-3x+1} < e^{-2x+3} \Leftrightarrow -3x+1 < -2x+3 \Leftrightarrow -2 < x \Leftrightarrow x \in \left]-2\,;+\infty\right[$$

Question Q5

→ Réponse a

On a : $f(x) = e^{-x} + \ln x = \dfrac{1}{e^x} + \ln x$.

Comme $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = \lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$, on a $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{e^x} = 0$ puis $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Par ailleurs : $\lim\limits_{x\to 0} e^x = e^0 = 1$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln x = -\infty$ et donc : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty \neq 1$. On rejette ainsi la réponse b.

Enfin : $\lim\limits_{x\to 1} e^x = e^1 = e$ et $\lim\limits_{x\to 1} \ln x = \ln 1 = 0$ et donc : $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \dfrac{1}{e} \neq 2e$. On rejette ainsi la réponse c.

Question Q6

→ Réponse b

Comme $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$, on a $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{e^x} = 0$ et donc : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2 + 0 = 2$. On rejette ainsi la réponse a et on conserve la réponse b.

On a $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0^+$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{e^x} = +\infty$ puis : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{e^x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(x \times \dfrac{1}{e^x} \right) = -\infty$. On rejette ainsi la réponse c.

Question Q7

→ Réponse b

La fonction considérée est de la forme e^u avec u dérivable sur $\mathbb{R}$.

Une telle fonction est elle-même dérivable sur $\mathbb{R}$ et admet pour dérivée la fonction : $u' \times e^u$.

Ici, on a : $u(x) = -x + 1$ et donc : $u'(x) = -1$ puis : $f'(x) = -e^{-x+1}$.

Question Q8

→ Réponse c

Posons : $u(x) = x^3 + 1$. On a alors : $u'(x) = 3x^2$ et $f(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$.

Les primitives de la fonction f sont donc de la forme :

$$x \mapsto e^{u(x)} + C = e^{x^3+1} + C$$

où C est une constante réelle quelconque

Seule la fonction de la réponse c convient ($C = 1$).