Exercice N°1

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2}{5+\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}}$$

$$\lim_{x\to1} \frac{\sqrt{5x^2+3}}{(x-1)^2} \text{ puis : } \lim_{x\to1}\left(\frac{\sqrt{5x^2+3}}{(x-1)^2}+7\right)^3$$

Exercice N°2

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-2x^3+6x+1$.

1. Déterminer les variations de *f*.
2. Justifier que l'équation $-2x^3+6x+1=0$ admet une solution unique (notée α) sur l'intervalle $[-1\,;0]$ et une solution unique (notée β) sur l'intervalle $[1\,;2]$.
3. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
4. Donner un encadrement de β d'amplitude 10^{-2}.
5. Donner le signe de la fonction *f* sur l'intervalle $[-1\,;+\infty[$.

Exercice N°3

On considère la fonction *f* définie par :

$$f(x)=\frac{2x^3-13x^2+28x-23}{(x-2)^2}$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Quel est le domaine de définition $\mathscr{D}_f$ de la fonction *f* ?
2. Vérifier que pour tout *x* du domaine de définition de *f* on a :

$$f(x)=2x-5+\frac{-3}{(x-2)^2}$$

3. Déduire de la question précédente :
   - $\lim_{x\to2} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu ;
   - L'existence d'une asymptote oblique $\mathfrak{D}$ dont on donnera une équation ;
   - La position de $\mathscr{C}$ par rapport à l'asymptote $\mathfrak{D}$.
4. **Bonus** (un peu long et, surtout, facultatif !) : donner le signe de *f* sur $\mathscr{D}_f$.