

**Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix.
Le barème est donné à titre indicatif.**

La calculatrice est autorisée.

Exercice N°1 (14 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x(x-3)^2 - 3.$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

1. Justifier rapidement que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} .
2. Montrer que l'on a : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 3(x-1)(x-3)$.
3. Déterminer les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .
4. Dresser le tableau de variation de la fonction f .
5. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet :
 - une unique solution (notée α) sur l'intervalle $[0; 1]$.
 - une unique solution (notée β) sur l'intervalle $[1; 2]$.
 - une unique solution (notée γ) sur l'intervalle $[3; 4]$.
6. Donner, pour chacune de ces solutions, un encadrement d'amplitude 10^{-2} .
7. Donner le signe de la fonction f sur \mathbb{R} (aucune justification n'est demandée).
8. Donner les équations réduites des tangentes à la courbe \mathcal{C} aux points d'abscisses respectives $x=0$ et $x=2$.

Exercice N°2 (6 points)

Donner, pour chacune des fonctions ci-dessous, la fonction dérivée sur l'intervalle considéré :

1. $f(x) = \frac{2\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}+3}$ sur $I = \mathbb{R}_+^*$.
2. $g(x) = \sqrt{x}(2x+1)$ sur $J = \mathbb{R}_+^*$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction comportant $2\sqrt{x}$ au dénominateur).