Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix.
Le barème est donné à titre indicatif.

<u>La calculatrice est autorisée.</u>

Exercice N°1 (13 points : 2 + 3 + 3 + 1,5 + 1,5 + 2)

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :

$$f(x) = \frac{4}{x} - 3 + \ln x.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Calculer $f'(x)$ pour tout *x* réel strictement positif (on ne justifiera pas la dérivabilité de *f* sur $\mathbb{R}_+^*$).
2. Déterminer les variations de la fonction *f* sur $\mathbb{R}_+^*$ (on précisera la valeur minimale (exacte) prise par la fonction *f*).
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, notée α, sur l'intervalle $[1;4]$.
4. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-3}.
5. On admet que la fonction *f* s'annule pour une seconde valeur, notée β, vérifiant $\beta > e^2$. Donner le signe de la fonction *f* sur $\mathbb{R}$ (aucune justification n'est demandée).
6. Donner les équations réduites des tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses respectives $x = 2$ et $x = 8$.

Exercice N°2 (7 points : 1,5 + 1,5 + 2 +2)

Donner, pour chacune des fonctions ci-dessous, la fonction dérivée sur l'intervalle considéré :

1. $f(x) = 2e^x \ln x$ sur $I = \mathbb{R}_+^*$.
2. $g(x) = (3 - 2\ln x)^2$ sur $I = \mathbb{R}_+^*$.
3. $h(x) = \dfrac{2 + \ln x}{3 - \ln x}$ sur $I = \left]e^3\,;+\infty\right[$.
4. $k(x) = \dfrac{e^{-x} - \ln x}{e^{-x} + \ln x}$ sur $I = [1\,;+\infty[$.