

Toutes calculatrices autorisées.

Le sujet comporte un total de 4 exercices par élève.

Exercice1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois ou quatre réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

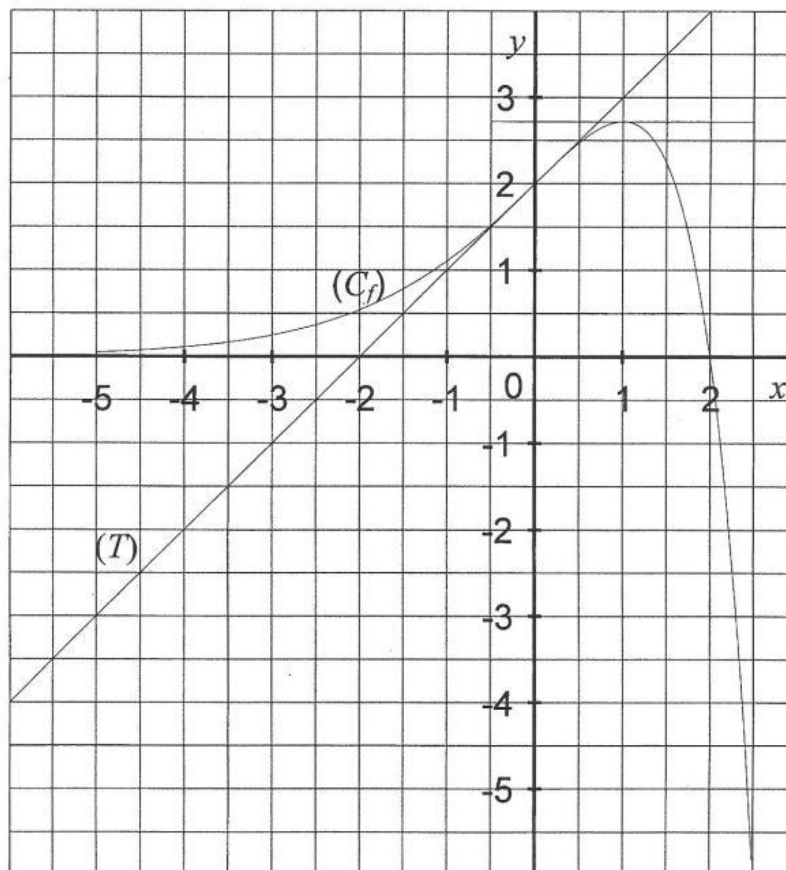
On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-5, \frac{5}{2}\right]$

Le plan est muni d'un repère orthonormal.

- La courbe C_f représentée en **annexe 1** est celle de la fonction f .
- Les points A (0 ; 2) , B (1 ; 2,7) et C (2 ; 0) appartiennent à la courbe C_f .
- Le point de la courbe C_f d'abscisse -5 a une ordonnée strictement positive.
- La tangente T en A à la courbe C_f passe par le point D (-2 ; 0) .
- La tangente en B à la courbe C_f est parallèle à l'axe des abscisses.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

ANNEXE 1



Partie A :

aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse fausse enlève 0,25 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de la partie A est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.

1. On note $f'(1)$ le nombre dérivé de la fonction f en 1. Quelle est sa valeur ?

- a) $f'(1) = 0$ b) $f'(1) = 1$ c) $f'(1) = 1,3$ d) $f'(1) = 2,7$

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{-1}{f(x)}$

2. Quel est l'ensemble de définition de la fonction g , noté $g D$?

- a) $[-5; 0[\cup]0; \frac{5}{2}]$ b) $[-5; 2[\cup]2; \frac{5}{2}]$ c) $[-5; -2[\cup]-2; 2[\cup]2; \frac{5}{2}]$ d) $[-5; \frac{5}{2}]$

3. Quelle est la valeur de $g(0)$?

- a) $g(0) = -2$ b) $g(0) = \frac{1}{2}$ c) $g(0) = -\frac{1}{2}$ d) $g(0) = 2$

4. On note g' la fonction dérivée de la fonction g . Quelle est la valeur de $g'(0)$?

- a) $g'(0) = 1$ b) $g'(0) = -\frac{1}{2}$ c) $g'(0) = \frac{1}{4}$ d) $g'(0) = 0$

5. Quelle est la limite de g quand x tend vers 2 par valeurs inférieures ?

- a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = -\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 0$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 2$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = +\infty$

Partie B :

chaque réponse doit être justifiée

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation

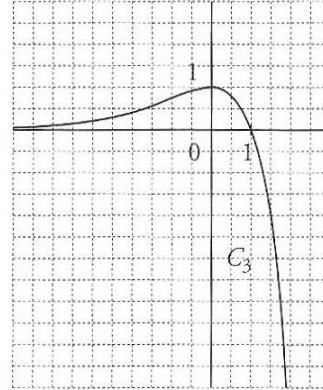
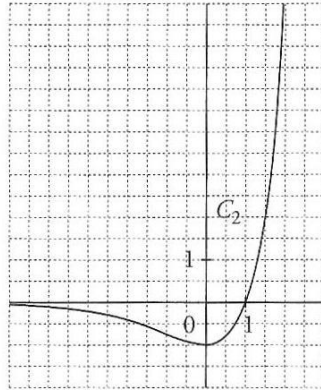
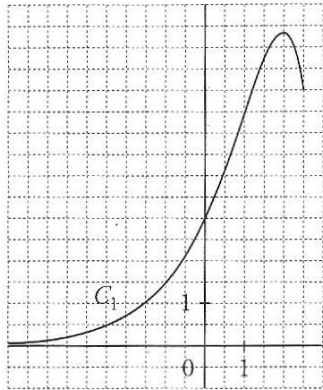
6. Parmi les trois courbes jointes en **annexe 2**, l'une est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f . Laquelle ?

- a) La courbe C1
b) La courbe C2
c) La courbe C3

7. Parmi les trois courbes jointes en **annexe 2**, l'une est la représentation graphique d'une primitive F de la fonction f , F étant définie sur l'intervalle $[-5; 5/2]$; Laquelle ?

- a) La courbe C1
b) La courbe C2
c) La courbe C3

ANNEXE 2



Exercice 2 (5 points) (Antilles guyane 2011)

Dans chaque programme de construction proposé par un grand constructeur immobilier, les acquéreurs doivent choisir entre la pose de moquette, de carrelage ou de sol plastifié pour revêtir le sol du salon. Pour le revêtement des murs du salon, ils ont le choix entre peinture ou papier peint.

Le recueil des choix des acquéreurs par l'entreprise donne les résultats suivants :

- 20 % ont choisi la moquette ;
- 50 % ont choisi le carrelage ;
- les autres acquéreurs ont choisi la pose de sol plastifié.

Parmi les acquéreurs ayant choisi la moquette, 46 % choisissent le papier peint pour le revêtement des murs.

Parmi les acquéreurs ayant choisi le carrelage, 52 % choisissent le papier peint pour le revêtement des murs.

42,7 % des acquéreurs ont choisi le papier peint pour le revêtement des murs.

On interroge au hasard un acquéreur de logement construit par cette entreprise.

On considère les évènements suivants :

M l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de moquette » ;

C l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de carrelage » ;

S l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de sol plastifié » ;

P l'évènement : « l'acquéreur a choisi la pose de papier peint » ;

\bar{P} l'évènement contraire de P , correspondant à : « l'acquéreur a choisi la peinture ».

Les résultats seront donnés sous forme décimale, et arrondis au millième.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété tout au long de l'exercice.
2. a. Décrire l'évènement $M \cap P$.
b. Calculer la probabilité $p(M \cap P)$.
3. a. Montrer que la probabilité que l'acquéreur ait choisi la pose de sol plastifié et de papier peint est égale à 0,075.
b. L'acquéreur a choisi le sol plastifié. Calculer la probabilité qu'il ait choisi le papier peint.
4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois acquéreurs parmi tous les clients du constructeur.
 - a. Calculer la probabilité, notée p_1 , qu'exactement deux des trois acquéreurs aient choisi le papier peint.
 - b. Calculer la probabilité, notée p_2 , qu'au moins un des trois acquéreurs ait choisi le papier peint.

Exercice 3 (6 points) (Amérique du nord 2011)

Commun à tous les candidats

Un supermarché souhaite acheter des fruits à un fournisseur.

Ce fournisseur propose des prix au kilogramme, dégressifs en fonction du poids de fruits commandé.

Pour une commande de x kilogrammes de fruit, le prix $P(x)$ en euros du kilogramme de fruits est donné par la formule :

$$P(x) = \frac{x+300}{x+100} \quad \text{pour } x \in [100 ; +\infty [.$$

Par exemple si le supermarché achète 300 kilogrammes de fruits, ces fruits lui sont

vendus $P(300) = \frac{600}{400} = 1,50$ euros le kilogramme.

Dans ce cas, le supermarché devra payer $300 \times 1,5 = 450$ euros au fournisseur pour cette commande.

Partie A Étude du prix P proposé par le fournisseur.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x)$. En donner une interprétation graphique et une interprétation économique.

2. Montrer que $P'(x) = \frac{-200}{(x+100)^2}$ sur $[100 ; +\infty [$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction P .

Partie B Étude de la somme S à dépenser par le supermarché.

On appelle $S(x)$ la somme en euros à dépenser par le supermarché pour une commande de x kilogrammes de fruits (ces fruits étant vendus par le fournisseur au prix de $P(x)$ euros par kilogramme).

Cette somme est donc égale à $S(x) = xP(x)$ pour $x \in [100 ; +\infty [$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} S(x)$.

2. Montrer que pour tout x appartenant à $[100 ; +\infty [$: $S'(x) = \frac{x^2 + 200x + 30000}{(x+100)^2}$.

3. Montrer que pour tout x appartenant à $[100 ; +\infty [$:

$$S(x) = x + 200 - 20000 \times \frac{1}{x+100}.$$

4.a) Démontrer que la courbe (C_S) représentant S dans un repère a une asymptote oblique Δ au voisinage de $+\infty$.

b) Étudier la position de (C_S) et Δ au voisinage de $+\infty$.

Partie C Étude de différentes situations.

Le magasin dispose d'un budget de 900 euros pour la commande de fruits.

Préciser, au kilogramme près, le poids maximum de fruits que le magasin peut commander sans dépasser son budget. On justifiera la réponse.

Exercice 4 (5 points) (La Réunion juin 2011)

Pour les élèves, n'ayant pas suivi l'enseignement spé

En vue de sa prochaine brochure d'information sur les dangers d'internet un lycée a fait remplir un questionnaire à chacun des 2 000 élèves, répartis dans les sections de seconde, première et terminale.

On obtient la répartition suivante :

- un quart des élèves est en terminale ;
- 35% des élèves sont en première ;
- tous les autres sont en seconde ;
- parmi les élèves de terminale, 70% utilisent régulièrement internet ;
- 630 élèves sont des élèves de première qui utilisent régulièrement internet.
- 1 740 élèves utilisent régulièrement internet.

Cette enquête permet de modéliser le choix d'un élève du lycée.

On choisit au hasard un questionnaire d'élève en supposant que ce choix se fait en situation d'équiprobabilité. On note :

- S l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de seconde »
- E l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de première »
- T l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève en classe de terminale »
- I l'évènement « le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet »

Tous les résultats devront être donnés sous forme de fraction irréductible.

1. Compléter le tableau d'effectifs donné en annexe.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir le questionnaire d'un élève de seconde qui utilise régulièrement internet.
3. Calculer la probabilité de I sachant T , notée $P_T(I)$, et interpréter ce résultat à l'aide d'une phrase.
4. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un élève qui n'utilise pas internet.
5. Le questionnaire est celui d'un élève qui utilise régulièrement internet.

Montrer que la probabilité que ce soit le questionnaire d'un élève de première est

égale à $\frac{21}{58}$

	Seconde	Première	Terminale	Total
Utilise internet régulièrement				
N'utilise pas internet régulièrement				
Total				2 000

Exercice 4 (5 points) (Antilles Guyane juin 2011)

Elèves ayant suivi l'enseignement de spécialité

Une entreprise du secteur «Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007+n)$.

On a donc $u_0 = 40000$.

1. a. Calculer u_1 et u_2 .

b. Montrer que, pour tout entier n naturel on a $u_{n+1} = 0,95 u_n + 200$.

2. Soit (s_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $s_n = u_n - 4000$.

a. Calculer s_0

b. Démontrer que la suite (s_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

c. Pour tout entier naturel n , exprimer s_n en fonction de n .

En déduire que, pour tout entier naturel n , on a $u_n = 36000 \times 0,95^n + 4000$.

d. Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011.

e. Calculer la limite de la suite (s_n) , en déduire la limite de la suite (u_n) quand n tend vers l'infini.

f. On pose $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ et $E_n = s_0 + s_1 + \dots + s_n$

Exprimez T_n et E_n explicitement en fonction de n .