Exercice 1

1. i	1. ii	1. iii	1. iv	2	3
C	A	B	B	D	C

Exercice 2

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4x+5}{7-2x} = -2$ donc la courbe représentative admet une asymptote horizontale d'équation $y=-2$ en $+\infty$

b. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3-2x^2+5x^3}{1-2x^4} = 0$

c. $\lim\limits_{\substack{x\to3\\x>3}} \dfrac{1}{3-x} = -\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to3\\x<3}} \dfrac{1}{3-x} = +\infty$

La courbe admet donc une asymptote verticale d'équation $x=3$

d. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5x^2}{2-x} = -\infty$

Exercice 3

a. $\lim_{x\to2^+} g(x) = -\infty$ et $\lim_{x\to2^-} g(x) = +\infty$

b. $\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$

c. $g(x)-(3-2x) = \frac{3}{2-x}$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{3}{2-x} = 0$

Donc d est une asymptote oblique à la courbe (C) en $-\infty$.

d. $\frac{3}{2-x} > 0$ sur $]-\infty;-2[$

e. Donc (C) est au dessus de d au voisinage de $-\infty$

Exercice 4

a. Notons $\mathscr{D}_f$ l'ensemble de définition de la fonction f. On a :

$$x \in \mathscr{D}_f \Leftrightarrow \frac{(2x-3)(x-7)}{(x+3)(3x-1)} \geq 0$$

On construit alors le tableau de signe :

x		-3		$\frac{1}{3}$		$\frac{3}{2}$		7	
$2x-3$	-		-		-	0	+		+
$x-7$	-		-		-		-	0	+
$x+3$	-	0	+		+		+		+
$3x-1$	-		-	0	+		+		+
$\frac{(2x-3)(x-7)}{(x+3)(3x-1)}$	+	||	-	||	+	0	-	0	+

Ainsi, on a finalement :

$$\boxed{\mathscr{D}_f =]-\infty\,;-3[\cup \left]\frac{1}{3}\,;\frac{3}{2}\right] \cup [7\,;+\infty[}$$

b. On a ici affaire à la composée de la fonction $x \mapsto \frac{(2x-3)(x-7)}{(x+3)(3x-1)}$ et de la fonction racine carrée.

Comme : $(2x-3)(x-7) = 2x^2 - 17x + 21$ et $(x+3)(3x-1) = 3x^2 + 8x - 3$, on a :

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to+\infty} \frac{(2x-3)(x-7)}{(x+3)(3x-1)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2-17x+21}{3x^2+8x-3} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2}{3x^2} = \frac{2}{3} \\ \lim_{x\to\frac{2}{3}} \sqrt{x} = \sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned}\right\} \overset{\text{par composition}}{\Rightarrow} \lim_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{(2x-3)(x-7)}{(x+3)(3x-1)}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{(2x-3)(x-7)}{(x+3)(3x-1)}} = \sqrt{\frac{2}{3}}}$$

Exercice 5
Partie A : Étude du bénéfice

1. La courbe de coût est au dessus de la courbe de revenu, il n'y a donc pas de bénéfice possible.

2.
a. L'entreprise réalise un bénéfice entre 2 et 9 km de coton vendu.

b.
$B(x) = 680x - C(x) = 680x - 15x^3 + 120x^2 - 500x - 750$
$B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750$
$B'(x) = -45x^2 + 240x + 180$

c. Étudions le polynôme $B'(x)$

$$\Delta = 90000$$
$$x_1 = 6 \; et \; x_2 = -2/3$$

x étant compris entre 0 et 10, on a $x_1 = 6$

x	0		6		10
$B'(x)$		+	0	-	
$B(x)$		↗	1410	↘	

D'après le tableau de variations, le bénéfice maximal est réalisée pour 6 km de coton vendu. Le bénéfice s'élève alors à 1410 euros.

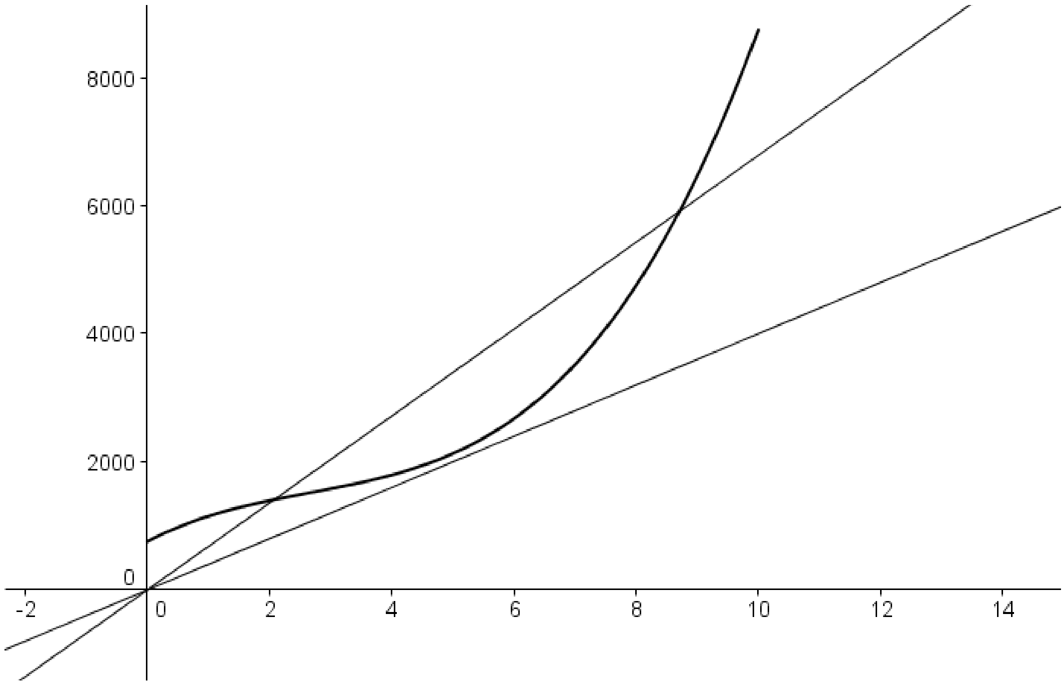
Partie B : Étude du coût moyen
On rappelle que le coût moyen de production C_M mesure le coût par unité produite.
On considère la fonction C_M définie sur l'intervalle [0 ; 10] par

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$$

sachant que $$C_M'(x) = \frac{30(x-5)(x^2+x+5)}{x^2}$$

1. a.
Sur [0 ; 10] , $30(x^2 + x + 5)$ et x^2 sont positifs donc $C_M'(x)$ est du signe de $(x-5)$.

Ainsi C_M est décroissante sur]0 ; 5] et croissante sur [5 ; 10].
b.
La quantité de tissu dont le coût moyen de production est-il minimum est donc 5 km. Le coût total est alors de 2125 euros et le coût moyen 425 euros


8000
6000
4000
2000
0
-2
0
2
4
6
8
10
12
14