Calculatrices autorisées

QCM (une seule réponse exacte par question)
Pour chaque question : 0,5 point pour une réponse exacte
0,25 point pour une réponse fausse
0 point pour aucune réponse

On complètera et on rendra le tableau donné à la fin du sujet.

1. Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire Y :

x_i	-10	0	10
p_i	0,2	0,3	0,5

L'espérance mathématique de cette variable aléatoire vaut :

a. -3 **b.** 0 **c.** 3

f est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I contenant 0, et C_f sa représentation graphique.

2. Si C_f admet un point d'inflexion d'abscisse *a* où $a \in \mathrm{I}$.

a. $f''(a) < 0$.

b. $f'(a) = 0$.

c. La tangente à C_f au point d'abscisse *a* traverse C_f en ce point.

d. La tangente à C_f au point d'abscisse *a* est horizontale.

3. Si *f* est convexe sur l'intervalle I alors :

a. f' change de signe sur I.

b. La tangente à C_f au point d'abscisse 0 est située au-dessous de C_f sur I.

c. $f'(x)$ est positif sur I.

d. La courbe C_f admet un point d'inflexion.

4. L'équation $e^x = \dfrac{16}{e^x}$ admet sur $\mathbb{R}$:

a. Une solution **b.** Deux solutions **c.** Aucune solution

5. Le nombre $A = 2\ln\left(\dfrac{e}{4}\right) + 5\ln 2 + \ln\left(\dfrac{8}{e}\right)$ est égal à :

a. $4\ln 2 + 3$ **b.** $1 + 4\ln 2$ **c.** $8\ln 2$

6. Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1-x) > 1$ est équivalent à :

a. $x > e$ **b.** $x < 1-e$ **c.** $x < 1$

7. L'ensemble des solutions de l'inéquation $-1 < e^x < 9$ est…

a. $]e^{-1}\,;e^9[$ **b.** $]-\infty\,;\ln 9[$ **c.** $]-\infty\,;3\ln 2[$

60% d'une population est vaccinée (V) contre une maladie.
On constate que 5% des personnes vaccinées font une réaction allergique A.
Parmi les personnes non-vaccinées, 10% sont victimes de la réaction allergique A.

8. On choisit, au hasard, une personne vaccinée.
La probabilité d'obtenir une personne victime d'une réaction allergique est :

a. $P(A)$ **b.** $P_A(V)$ **c.** $P_V(A)$ **d.** 0,10 **e.** 0,6 **f.** 0,95

9. La probabilité d'obtenir, dans la population, une personne victime d'une réaction allergique et vaccinée est :

a. $P_V(A)$ **b.** $P_A(V)$ **c.** $P(A\cap V)$ **d.** $P(A)+P(V)$ **e.** $P(A\cup V)$

10. La probabilité d'obtenir, dans la population, une personne allergique est :

a. $P_A(V)$ **b.** $P_V(A)$ **c.** 0,07 **d.** 0,15 **e.** $P(\bar{A})$

On interroge, au hasard, 4 personnes. On admet que le nombre de personnes est suffisamment grand.
Soit X le nombre de personnes vaccinées.

11. X suit :

a. une loi de Bernoulli (0,6 ; 4) **b.** une loi de Bernoulli (4 ; 0,6)
c. une loi binomiale (0,6 ; 4) **d.** une loi binomiale (4 ; 0,6)

12. La probabilité que deux personnes exactement aient été vaccinées vaut :

a. $2\times(0,6)^2\times(0,4)^2$ **b.** $4\times(0,6)^2\times(0,4)^2$ **c.** $6\times(0,6)^2\times(0,4)^2$

Un système de sécurité comporte deux alarmes indépendantes ayant des probabilités de déclenchement en cas d'incident respectivement égales à 0,95 et 0,90.

13. La probabilité que les deux alarmes se déclenchent en cas d'incident est :

a. 0,995 **b.** 0,95 **c.** 0,855 **d.** 0,9

14. La probabilité qu'une alarme au moins se déclenche en cas d'incident est :

a. 0,9 **b.** 0,855 **c.** 0,995 **d.** 0,95

15. La suite (u_n) est définie par : pour tout entier naturel *n*, $u_n = e^{-n\ln 2}$

a. La suite (u_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.   **b.** La suite (u_n) est géométrique de raison –ln2.

c. La suite (u_n) est arithmétique de raison $e^{-\ln 2}$.   **d.** La suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.

---

16. La dérivée sur $]0;+\infty[$ de la fonction $x \mapsto x\ln x$ est :

a. $x \mapsto \ln x$ **b.** $x \mapsto \ln x + 1$ **c.** $x \mapsto \frac{1}{x}$

---

17. Soit *f* la fonction définie par : $f(x) = \ln(e^{2x} - e^{x} + 1)$

a. $D_f = [0\,;+\infty[$ **b.** La fonction *f* atteint son maximum en $x = \ln 2$ **c.** $f(x) = 2x + \ln\left(1 - e^{-x} + e^{-2x}\right)$

---

18. Une forêt, exploitée depuis le premier janvier 2005, voit sa population d'arbres diminuer de 10 % chaque année. En supposant que la déforestation se poursuive à ce rythme, la population d'arbres aura diminué le premier janvier 2010 d'environ :

a. 41%   **b.** 49%   **c.** 50%   **d.** 59%

Une machine fabrique des pièces métalliques dont l'épaisseur (en cm) peut être modélisée par une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 1].
Une pièce est acceptée si et seulement si son épaisseur est supérieure à 0,6 cm.

19. La probabilité qu'une pièce choisie au hasard soit acceptée est égale à :

a. 0,3   **b.** 0,6   **c.** 0,4   **d.** 0,5

20. Une pièce a une épaisseur supérieure à 0,3 cm. La probabilité qu'elle soit acceptée est égale à :

a. 4/7   **b.** 0,3   **c.** 0,18   **d.** 0,7

---

21. Si $a \in]0;1[$ alors $\lim_{x\to+\infty} a^x$ est égale à :

a. $+\infty$ **b.** 1   **c.** 0

---

22. Pour tous réels strictement positifs *a* et *b*, l'expression $\frac{\ln e^a}{\ln\left(e^{-b}\right)}$ est égale à :

a. ab **b.** $a-b$ **c.** $-\frac{a}{b}$ **d.** $\frac{a}{b}$

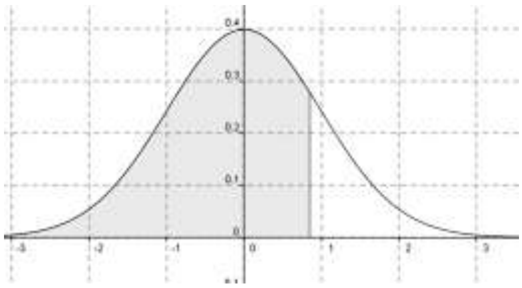
---

23. Si $\left(1-\frac{1}{100}\right)^n \leq \frac{1}{2}$ alors :

a. $n \geq \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,99)}$ **b.** $n \leq \ln\left(0,5-\frac{99}{100}\right)$ **c.** $n \leq \ln\left(\frac{0,5}{1-\frac{1}{100}}\right)$

Dans les deux questions suivantes, Z est une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\ ;\ 1)$ et la courbe représente sa fonction de densité *f*.

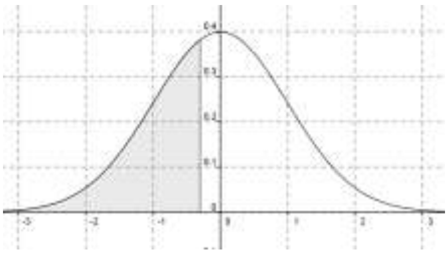
24.



Soit A l'aire (en unités d'aire) du domaine colorié sur le graphique ci-dessus.

a. $\text{A}=2$ **b.** $\text{A}>0,5$ **c.** $\text{A}<0,5$ **d.** $\text{A}=0,2$

25.

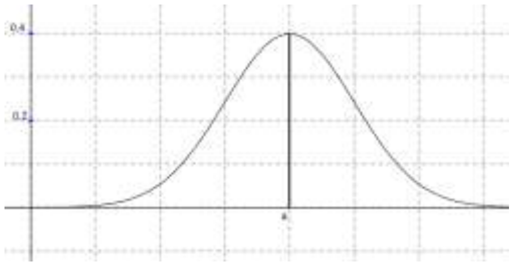


L'aire (en unités d'aire) du domaine colorié sur le graphique ci-dessus est égale à :

a. $p(\text{Z}=-0,3)$ **b.** $p(\text{Z}\leq-0,3)$ **c.** $p(\text{Z}>-0,3)$ **d.** $p(\text{Z}>0,3)$

---

26. X est une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance 5 et d'écart type 2 notée $\mathcal{N}(5\ ;\ 4)$. La courbe ci-dessous représente sa fonction de densité ; la droite d'équation $x=a$ est un axe de symétrie de cette courbe.



Alors :

a. $a=0,5$ **b.** $a=2$ **c.** $a=4$ **d.** $a=5$

27. X est une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2 notée $\mathscr{N}(12 ; 4)$.

$p(10 \leq X \leq 12)$ est égale à 10^{-2} près à :

a. 0,68 **b.** 0,72 **c.** 0,95 **d.** $-0{,}14$

---

28. X est une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance m et d'écart- type σ notée $\mathscr{N}(m ; \sigma^2)$;

Y est la variable aléatoire centrée réduite associée à X, définie par $Y = \dfrac{X-m}{\sigma}$.

La probabilité $p(m-\sigma \leq X \leq m+\sigma)$ est égale à :

a. $p(-m \leq Y \leq m)$ **b.** $p(-\sigma \leq Y \leq \sigma)$ **c.** $p(-1 \leq Y \leq 1)$

29. Avec les mêmes notations qu'à la question précédente, $p(m-\sigma \leq X \leq m+\sigma)$ est égale à 10^{-2} près à :

a. 0,68 **b.** 0,57 **c.** 0,95 **d.** 0,81

---

30. Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto xe^{x^2}$ est la fonction :

a. $x \mapsto 0{,}5 \times e^{x^2}$ **b.** $x \mapsto e^{x^2}$ **c.** $x \mapsto 2e^{x^2}$

---

31. $\int_0^1 e^{2x+1}dx$ est égale à :

a. $2e^3 - 2e$ **b.** $0{,}5 \times (e^3 - e)$ **c.** $e^3 - 1$

---

32. La valeur moyenne de $x \mapsto e^x$ sur $[0 ; 1]$ est :

a. $\dfrac{1}{2}$ **b.** $e-1$ **c.** $\dfrac{e-1}{2}$

---

33. Si $\int_{-2}^{4} f(x)dx = 5$ et si $\int_{-2}^{7} f(x)dx = 9$ alors $\int_{4}^{7} f(x)dx =$

a. 14 **b.** 5 **c.** 4 **d.** 9

---

34. Si $\int_1^5 f(x)dx = 7$ et si $\int_1^5 g(x)dx = 4$ alors $\int_1^5 (4f(x) - 3g(x))dx =$

a. 16 **b.** 3 **c.** 9 **d.** 13

---

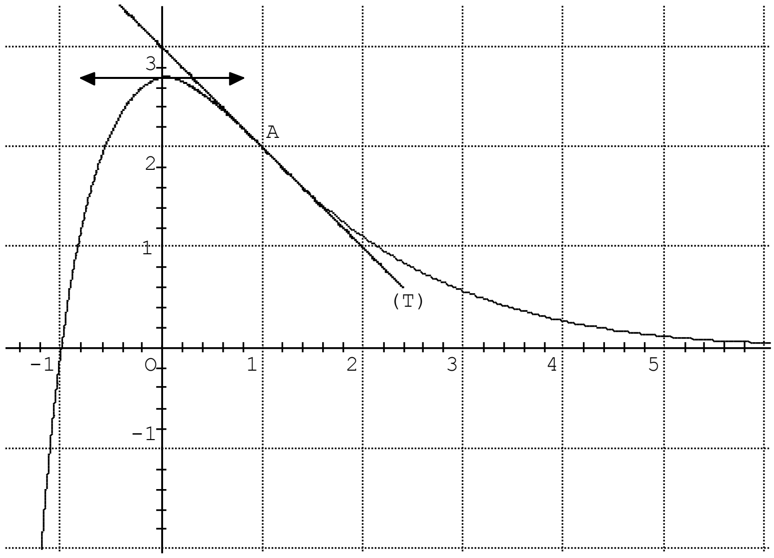
35. On considère la fonction f définie par $f(t) = te^{-2t+1}$, la fonction F est définie par $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

a. La fonction F est positive pour tout x positif.

b. Pour tout réel, on a $F(x) = -0{,}25 \times (-2x+1)e^{-2x+1}$

c. La fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
La droite (T) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1.



36. D'après la courbe ci-dessus, le coefficient directeur de la droite (T) est égal à :

a. -2	**b.** -1	**c.** 0	**d.** 1

37. D'après la courbe ci-dessus :

a. $f'(0) = e$	**b.** $f'(0) = 0$	**c.** $f(e) = 0$	**d.** $f(0) = 0$

38. D'après la courbe ci-dessus, l'intégrale $\int_0^1 f(x)dx$ est :

a. négative égale à 3	**b.** inférieure à 3	**c.** égale à 3	**d.** strictement supérieure à 3

Deux amis se téléphonent régulièrement. La durée d'une communication entre ces deux amis, exprimée en minutes, suit une loi une loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 60].

39. Quelle est la probabilité qu'une communication n'excède pas 20 minutes ?

a. $\frac{2}{3}$	**b.** $\frac{1}{3}$	**c.** $\frac{3}{4}$	**d.** $\frac{1}{2}$

40. Sachant qu'une communication dure depuis 20minutes, quelle est la probabilité qu'elle n'excède pas 30 minutes ?

a. $\frac{2}{3}$	**b.** $\frac{1}{3}$	**c.** $\frac{3}{4}$	**d.** $\frac{1}{2}$

NOM :	
Prénom :	

Sujet 2

Tableau des réponses

Questions	1	2	3	4	5	6	7	8
Réponses								

Questions	9	10	11	12	13	14	15	16
Réponses								

Questions	17	18	19	20	21	22	23	24
Réponses								

Questions	25	26	27	28	29	30	31	32
Réponses								

Questions	33	34	35	36	37	38	39	40
Réponses								