
Continuité

Activité N°3 page 48 – Corrigé

1. On suppose dans un premier temps que $f(a)$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ sont de signes contraires. On en déduit alors, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que la fonction f s'annule entre a et $\frac{a+b}{2}$. Or, comme cette fonction s'annule une seule fois dans $]a; b[$ pour $x = \alpha$, on en déduit immédiatement : $\alpha \in \left]a; \frac{a+b}{2}\right[$.

Si, en revanche, $f(a)$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ sont de même signe, la fonction f garde un signe constant sur l'intervalle $\left]a; \frac{a+b}{2}\right[$ (on peut raisonner par l'absurde : si la fonction f s'annulait sur cet intervalle, $f(a)$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ne seraient pas de même signe ; ou directement : si on a, par exemple, $0 < f(a) < f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ (f est donc supposée strictement croissante) alors, pour tout réel x compris entre a et $\frac{a+b}{2}$: $0 < f(a) < f(x) < f\left(\frac{a+b}{2}\right)$). Le réel α appartient donc cette fois à l'intervalle : $\left]\frac{a+b}{2}; b\right[$.

Finalement :

<p>Si $f(a) \times f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0$, alors $\alpha \in \left]a; \frac{a+b}{2}\right[$.</p> <p>Si $f(a) \times f\left(\frac{a+b}{2}\right) > 0$, alors $\alpha \in \left]\frac{a+b}{2}; b\right[$.</p>

2. On a ici : $a = -2$, $b = -1$ et $f(-2) \times f(-1,5) < 0$. D'après la question précédente, on en déduit $\alpha \in \left]a; \frac{a+b}{2}\right[$, soit ici : $\alpha \in]-2; -1,5[$.
- On a donc :

$-2 < \alpha < -1,5$

On a maintenant : $a = -2$, $b = -1,5$ et $f(-2) \times f(-1,75) > 0$. D'après la question précédente, on en déduit : $\alpha \in \left] \frac{a+b}{2}; b \right[$, soit ici : $\alpha \in]-1,75; -1,5[$.

$$-1,75 < \alpha < -1,5$$

3. On reproduit la feuille de calcul tel que suggéré mais nous rajoutons (cf. la remarque dans la marge de votre livre) une colonne donnant la valeur de $b - a$:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n	a	b	(a+b)/2	f(a)	f(b)	f((a+b)/2)	b-a
2	0	-2,000000	-1,000000	-1,500000	-3,000000000	1,000000000	0,125000000	1,000000
3	1	-2,000000	-1,500000	-1,750000	-3,000000000	0,125000000	-1,109375000	0,500000
4	2	-1,750000	-1,500000	-1,625000	-1,109375000	0,125000000	-0,416015625	0,250000
5	3	-1,625000	-1,500000	-1,562500	-0,416015625	0,125000000	-0,127197266	0,125000
6	4	-1,562500	-1,500000	-1,531250	-0,127197266	0,125000000	0,003387451	0,062500
7	5	-1,531250	-1,500000	-1,515625	-0,060771942	0,003387451	-0,028410434	0,031250
8	6	-1,515625	-1,500000	-1,507812	-0,028410434	0,003387451	-0,012441217	0,015625
9	7	-1,507812	-1,500000	-1,503906	-0,012441217	0,003387451	-0,004509337	0,007812
10	8	-1,503906	-1,500000	-1,501953	-0,004509337	0,003387451	-0,000556559	0,003906
11	9	-1,501953	-1,500000	-1,500977	-0,000556559	0,003387451	0,000141654	0,001953
12	10	-1,500977	-1,500000	-1,500488	0,000141654	0,003387451	0,000430265	0,000977
13	11	-1,500488	-1,500000	-1,500244	0,000430265	0,003387451	-0,000063078	0,000488
14	12	-1,500244	-1,500000	-1,500122	-0,000063078	0,003387451	0,000183610	0,000244
15	13	-1,500122	-1,500000	-1,500061	0,000183610	0,003387451		0,000122

Pour obtenir la valeur de n à partir de laquelle l'amplitude de l'encadrement $a < \alpha < b$ est inférieure à 10^{-6} , on copie-colle la dernière ligne autant de fois que nécessaire (bien sûr, on peut la copier-coller plusieurs fois en une seule manipulation ...).

On obtient : $n = 21$ (cf. la capture d'écran page suivante).

A3page48.ods - OpenOffice.org Calc

Fichier Édition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre Aide

Arial 10 G / S

H23 =C23-B23

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	n	a	b	(a+b)/2	f(a)	f(b)	f((a+b)/2)	b-a
2	0	-2,0000000	-1,0000000	-1,5000000	-3,0000000000	1,0000000000	0,1250000000	1,0000000
3	1	-2,0000000	-1,5000000	-1,7500000	-3,0000000000	0,1250000000	-1,1093750000	0,5000000
4	2	-1,7500000	-1,5000000	-1,6250000	-1,1093750000	0,1250000000	-0,4160156250	0,2500000
5	3	-1,6250000	-1,5000000	-1,5625000	-0,4160156250	0,1250000000	-0,1271972656	0,1250000
6	4	-1,5625000	-1,5000000	-1,5312500	-0,1271972656	0,1250000000	0,0033874512	0,0625000
7	5	-1,5625000	-1,5312500	-1,5468750	-0,1271972656	0,0033874512	-0,0607719421	0,0312500
8	6	-1,5468750	-1,5312500	-1,5390625	-0,0607719421	0,0033874512	-0,0284104347	0,0156250
9	7	-1,5390625	-1,5312500	-1,5351563	-0,0284104347	0,0033874512	-0,0124412179	0,0078125
10	8	-1,5351563	-1,5312500	-1,5332031	-0,0124412179	0,0033874512	-0,0045093372	0,0039063
11	9	-1,5332031	-1,5312500	-1,5322266	-0,0045093372	0,0033874512	-0,0005565593	0,0019531
12	10	-1,5322266	-1,5312500	-1,5317383	-0,0005565593	0,0033874512	0,0014165415	0,0009766
13	11	-1,5322266	-1,5317383	-1,5319824	-0,0005565593	0,0014165415	0,0004302650	0,0004883
14	12	-1,5322266	-1,5319824	-1,5321045	-0,0005565593	0,0004302650	-0,0000630786	0,0002441
15	13	-1,5321045	-1,5319824	-1,5320435	-0,0000630786	0,0004302650	0,0001836103	0,0001221
16	14	-1,5321045	-1,5320435	-1,5320740	-0,0000630786	0,0001836103	0,0000602701	0,0000610
17	15	-1,5321045	-1,5320740	-1,5320892	-0,0000630786	0,0000602701	-0,0000014032	0,0000305
18	16	-1,5320892	-1,5320740	-1,5320816	-0,0000014032	0,0000602701	0,0000294337	0,0000153
19	17	-1,5320892	-1,5320816	-1,5320854	-0,0000014032	0,0000294337	0,0000140153	0,0000076
20	18	-1,5320892	-1,5320854	-1,5320873	-0,0000014032	0,0000140153	0,0000063061	0,0000038
21	19	-1,5320892	-1,5320873	-1,5320883	-0,0000014032	0,0000063061	0,0000024515	0,0000019
22	20	-1,5320892	-1,5320883	-1,5320888	-0,0000014032	0,0000024515	0,0000005241	0,0000010
23	21	-1,5320892	-1,5320888	-1,5320890	-0,0000014032	0,0000005241	-0,0000004395	0,0000005
24								

Automatisation / Sheet2 / Sheet3

Feuille 1 / 3 Standard Somme=0,0000005 100%