

Distance minimale d'un point à une courbe

Énoncé

Dans un repère orthonormal d'origine O , on considère la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction logarithme népérien.

On s'intéresse à la distance OM lorsque M parcourt \mathcal{C} . Le but de l'exercice est de préciser si cette distance peut être rendue minimale et de caractériser le ou les point(s) M , s'il en existe, situé(s) sur \mathcal{C} et rendant cette distance minimale.

Partie A

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, faire une figure permettant d'explorer cette situation.
2. Cette distance semble-t-elle minimale pour un (ou plusieurs) point(s) particulier(s) de \mathcal{C} ? Si oui donner une valeur approchée à 10^{-2} près de cette plus petite distance et de l'abscisse de ce(s) point(s).

Appeler le professeur pour une vérification de la figure construite et des conjectures émises.

3. Tracer la droite (OM) ainsi que la tangente en M à la courbe \mathcal{C} . Que semble-t-il se passer lorsque M est positionné sur la courbe \mathcal{C} de sorte que la distance OM soit minimale?

Appeler le professeur pour une vérification de la conjecture.

Partie B

4. Quelle relation doit vérifier l'abscisse x_0 d'un point M_0 en lequel la distance OM est minimale?

Appeler le professeur pour lui présenter la méthode envisagée et une vérification de la relation éventuellement obtenue.

5. Prouver la conjecture élaborée dans la question 3.

Production demandée

- Les différentes étapes des stratégies prévues pour répondre aux questions 4. et 5.
- La mise en forme de l'une de ces étapes.