

TS6-TS8
DTL MATHS du 25/09/12
DUREE 2 h30
TOUTES CALCULETTES

Exercice 1(1.5points) :

Démontrer avec la définition que: $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n - 1 = +\infty$

Exercice 2(4points) :

Calculez la limite de la suite (u_n) dans les cas suivants :

a) $u_n = \frac{n^2 + 3n}{2n^2 + 6n - 3}$ b) $u_n = n - \frac{1}{\sqrt{n}}$ c) $u_n = (-1)^n + n^4$ d) $u_n = \frac{4 + \cos(n)}{n^2}$

Exercice 3(3points) :

u est la suite définie sur \mathbb{N}^* par : $u_n = \frac{2^n}{n+1}$

a) A l'aide de la calculette, conjecturer le sens de variation de (u_n)

b) Pour tout entier naturel, exprimer $\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1$ en fonction de n

c) En déduire le sens de variation de (u_n)

Exercice 4(2.5points) :

Les suites u et v sont définies sur \mathbb{N} par: $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$ et $v_n = \frac{1}{u_n}$

a) Démontrer que (v_n) est arithmétique

b) Exprimer v_n en fonction de n pour tout n de \mathbb{N}

c) En déduire la limite de (v_n) puis celle de (u_n)

Exercice 5(3.5points) :

u est la suite définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 12}$

- A l'aide de votre calculette, conjecturer la limite de (u_n)
- Montrer que la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n^2 - 4$ est géométrique, donner sa raison et son premier terme
- Exprimer v_n en fonction de n pour tout n de \mathbb{N}
- En déduire la limite de (v_n) puis celle de (u_n)

Exercice 6(2.5points) :

u est la suite définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + n - 1$

- Calculer u_1, u_2 et u_3 en détaillant les calculs
- On admet que pour tout entier naturel $n \geq 3, u_n \geq 0$
Démontrer alors que pour tout entier naturel $n \geq 4$ on a : $u_n \geq n - 2$ (on pourra admettre ce résultat pour continuer l'exercice)
- En déduire la limite de (u_n)

Exercice 7(3points) :

u est la suite définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + \left(\frac{2}{3}\right)^n$

- Etudier les variations de u
- On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = u_{n+1} - u_n$, montrer que la suite (v_n) est géométrique, donner sa raison et son premier terme
- Calculer $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ en fonction de n
- En déduire l'expression de u_{n+1} puis celle de u_n en fonction de n