

**Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix.
Le barème est donné à titre indicatif.**

La calculatrice est autorisée.

Exercice N°1 (5 points)

Montrer que pour tout entier naturel n , $5 \times 7^{n+1} - 2$ est divisible par 3.

Exercice N°2 (5 points)

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r .

Montrer que l'on a : $\forall n \in \mathbb{N}, S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n+1) \frac{u_0 + u_n}{2}$.

Exercice N°3 (5 points)

Soit a un réel non nul et soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{a} \\ u_{n+1} = \frac{n+1}{a \times n} u_n \end{cases}$$

Montrer que l'on a : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{n}{a^n}$.

Exercice N°4 (5 points)

Pour tout n entier naturel, on cherche à comparer 2^n et n^2 .

Pour cela, on définit la suite (u_n) par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^n - n^2$.

1. A l'aide de votre calculatrice conjecturer le fait que l'on a $u_n > 0$ à partir d'un certain rang que l'on précisera.
2. Démontrer la conjecture précédente.