

« C'est justement pour préserver ce qui est neuf et révolutionnaire
dans chaque enfant que l'éducation doit être conservatrice,
c'est-à-dire assurer "la continuité du monde". »
Hannah ARENDT – La responsabilité.

Exercice N°1 (2 points)

Etudier la continuité en 0 et en 1 de la fonction f définie par :

$$f(x) = E(x) \sin(\pi x)$$

Exercice N°2 (3 points)

Soit la fonction h définie par :

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 3x + 7}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_h de h .
2. Montrer que h est continue sur \mathcal{D}_h .
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

Exercice N°3 (5 points)

On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = 2 - \frac{x^2}{2} - \cos x$$

1. La fonction g est-elle continue sur \mathbb{R} (on justifiera soigneusement la réponse) ?
2. Montrer que la fonction g est paire.
3. Montrer que pour tout x réel, on a : $g'(x) = -1 + \cos x$. En déduire le sens de variation de la dérivée g' de la fonction g .
4. Déduire de la question précédente le signe de la fonction g' sur \mathbb{R} puis les variations de la fonction g sur \mathbb{R} .
5. Démontrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet une unique solution α sur \mathbb{R}_+ .
6. Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .