

**Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix.
Le barème est donné à titre indicatif.**

La calculatrice est autorisée.

Exercice N°1 (12 points)

Déterminer les limites de chacune des suites suivantes :

$$u_n = \sin(7n) + 2n$$

$$v_n = (-2)^n \times \sqrt{n} + n$$

$$w_n = \frac{\sin(n\pi)}{n^{11} + 4n^5 + 3}$$

$$r_n = -5 \times \left(\frac{4,14}{\pi + 1} \right)^n$$

$$s_n = \frac{2 - 5 \times \left(\frac{3}{4} \right)^{n+2}}{-11 \times \left(\frac{6}{5} \right)^n - 5n^2}$$

$$t_n = \frac{3^n - 11 \times 2^{n+2}}{5 \times 2^{2n} - 23 \times 3^{n+1}}$$

Exercice N°2 (8 points)

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - \frac{1}{3} \times (u_n)^3 \end{cases}$$

1. Montrer par récurrence que l'on a : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 1$.
2. Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .
3. Démontrer que la suite (u_n) converge et calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.