La calculatrice est autorisée.

Exercice N°1 (3 points) – Question de cours

Donnée : $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \forall y \in \mathbb{R}_+^*, \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$.
Montrer que :

- $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x)$
- $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \forall y \in \mathbb{R}_+^*, \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$

Exercice N°2 (2+4 points)

Résoudre les inéquations :

$$\ln\left(x^2 - 1\right) > 0 \text{ et } \ln\left(4x^2 - 9\right) \geq \ln\left(x^2 - 4x + 3\right)$$

Exercice N°3 (1+2+2 points)

Donner les fonctions dérivées des fonctions suivantes sur les intervalles précisés :

$$f(x) = \ln\left(x^4\right) \text{ sur } \mathbb{R}_-^*$$
$$g(x) = \ln(\ln(x)) \text{ sur }]1 ; +\infty[$$
$$h(x) = \ln\sqrt{e^{x^2} + 1} \text{ sur } \mathbb{R}$$

Exercice N°4 (6 points)

Soit la fonction *f* définie par : $f(x) = x^2 \ln x - x^2 + \frac{1}{2}$.

1. Déterminer le domaine de définition $\mathscr{D}_f$ de *f*.
2. Déterminer les limites de *f* aux bornes de $\mathscr{D}_f$
3. Dresser le tableau de variation de la fonction *f*.
4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathscr{D}_f$: la première, α, dans $]0 ; \sqrt{e}]$ et la seconde, β, dans $[\sqrt{e} ; e]$.
5. A l'aide de votre calculatrice (on précisera succinctement la démarche), donner des valeurs approchées à 10^{-3} près de α et β.