

La calculatrice est autorisée.

Exercice N°1 (6 points)

Résoudre les équations suivantes :

$$\ln(x-1) \times \ln(x-2) \times \ln(x-3) \times \dots \times \ln(x-n) = 0$$

(n entier naturel non nul)

$$\ln(x^4) = 4x$$

$$\ln(e^{2x} - e^x - 2) = \ln(e^x + 4) + \ln 2$$

Exercice N°2 (6 points)

Donner les fonctions dérivées des fonctions suivantes (on ne demande pas de déterminer leur domaine de dérivabilité) :

$$f(x) = \ln(\ln(x))$$

$$g(x) = \ln \sqrt{1 + \sqrt{x}}$$

$$h(x) = e^{1 + \ln \frac{1}{x}}$$

Exercice N°3 (8 points)

Soit a un réel strictement positif.

On pose : $f_a(x) = \sqrt{x} - a \ln x$.

1. Déterminer le domaine de définition \mathcal{D}_{f_a} de f_a .

2. Déterminer les limites de f_a aux bornes de \mathcal{D}_{f_a}

(En $+\infty$, on pourra poser $x = \sqrt{x}^2$. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$).

3. Calculer la fonction dérivée f_a' de la fonction f_a .

4. Dresser le tableau de variation de la fonction f_a .

5. Discuter, suivant les valeurs du réel a , le nombre de solutions de l'équation $f_a(x) = 0$.