« Ce qui est simple est faux.
Ce qui est compliqué est inutilisable. »
Paul VALERY

Exercice N°1 (4 points)

1. Histoire de se mettre en jambe : calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sin x}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\sin x}{x}$.

On considère maintenant la fonction φ définie par :

$$\varphi(x)=\frac{\sin x}{x}e^{\frac{1}{x}}$$

2. Donner, en justifiant (ça va de soi !), l'ensemble de définition $\mathscr{D}_\varphi$ (rassurez-vous, ce n'en est pas vraiment un !) de la fonction φ.
3. Restez zen (☯) et préparez-vous au grand saut : calculer les limites de la fonction φ aux bornes de … $\mathscr{D}_\varphi$! Evidemment, à chaque fois, on donnera l'interprétation graphique correspondant au résultat obtenu …

Exercice N°2 (3 points)

En identifiant la limite d'un taux d'accroissement, calculer :

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{\sqrt{\cos x}}-e}{x}$$

Exercice N°3 (3 points)

Où l'on va voir qu'une équation différentielle peut être d'une utilisation … insoupçonnée ? ☺

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=e^x\cos x$ (Yep ! This is the « cosinus day » today !).

1. Vérifier (à défaut, admettez-le !) que *f* est solution de l'équation différentielle :
$y''-2y'+2y=0$ (attention aux signes en dérivant !).
2. Comme : $f(x)=-\frac{1}{2}f''(x)+f'(x)$, donner les primitives de *f* sur $\mathbb{R}$ (n'oubliez pas la constante M'sieurs Dames !).
3. Déterminer la primitive de *f* sur $\mathbb{R}$ qui s'annule pour $x=\frac{\pi}{4}$ (et toc !).

❄❄❄ FIN ❄❄❄
❄❄❄❄❄