

« Espèce de logarithme ... »
Le capitaine Haddock dans « Objectif Lune » HERGE

Exercice 1 – Question de cours (2 points)

Rappeler et démontrer la propriété algébrique fondamentale du logarithme népérien.

Exercice 2 (1,5 point)

Montrer que, pour tout réel x strictement positif, on a :

$$\ln(e^x + 3x) - x = \ln\left(1 + 3\frac{x}{e^x}\right)$$

Exercice 3 (2,5 points)

Résoudre :

$$\ln(x-13) \geq 2\ln(x+3)$$

Exercice 4 (4 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}_+ par : $f(x) = \ln(x + 3e^x)$.

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Montrer que $f(x) - (x + \ln 3) = \ln\left(1 + \frac{x}{3e^x}\right)$. En déduire le signe de $f(x) - (x + \ln 3)$.
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + \ln 3)]$. Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
4. Etudier les variations de f sur \mathbb{R}_+ .
5. Déterminer l'équation réduite de la tangente \mathcal{T} à \mathcal{C} au point d'abscisse 0.
6. Dresser le tableau de variation de f .
7. Représenter, dans un même repère, \mathcal{T} , \mathcal{C} et la droite d'équation $y = x + \ln 3$.