

« D'impossibles à imaginaires, d'imaginaires à complexes.
Combien d'idées, de systèmes politiques, de théories, de procédés
ont suivi ce chemin pour devenir réalité ? »

Denis GUEDJ

« Le théorème du perroquet »

Interrogation N°5 2^{ème} partie

Exercice 1 – Un peu de géométrie pour ... se mettre en jambe !

Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que : $|z| = |z^2|$.

Exercice 2 – Et encore un peu plus ...

On considère le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. Dans cette question, on donne les points : $A(1+i)$, $B(3+2i)$ et $C(3-\sqrt{3}+(2+2\sqrt{3})i)$.

Montrer que le triangle ABC est rectangle et que l'on a : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{3} (2\pi)$.

2. Dans cette question, on donne les points : $A(1+i)$ et $B(2-i)$.

Déterminer l'affixe du point C tel que : $AC = 2AB$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2} (2\pi)$

Exercice 3 – Une somme ... qui vous dit quelque chose ... Non ? ☺

Soit θ un nombre réel.

1. En factorisant par $e^{\frac{\theta}{2}}$, vérifier que : $1 - e^{i\theta} = -2i \sin \frac{\theta}{2} e^{\frac{i\theta}{2}}$

2. Montrer alors que : $e^{\frac{i\pi}{11}} + e^{\frac{i3\pi}{11}} + e^{\frac{i5\pi}{11}} + e^{\frac{i7\pi}{11}} + e^{\frac{i9\pi}{11}} = \frac{\sin \frac{5\pi}{11}}{\sin \frac{\pi}{11}} e^{\frac{i5\pi}{11}}$

(on factorisera par $e^{\frac{i\pi}{11}}$ et je vous rappelle que pour $u \neq 1$: $1 + u + u^2 + \dots + u^n = \frac{1 - u^{n+1}}{1 - u}$)

3. En déduire la valeur de : $\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11}$.