

« La passion est une existence primitive ou,  
si vous le voulez, un mode primitif d'existence. »  
David HUME – *Traité de la nature humaine*

### Exercice 1 (4 points)

---

Déterminer les primitives, sur l'intervalle considéré, de chacune des fonctions suivantes :

- $f(x) = \frac{-5x^6 + 6x^2 - 7}{x^3}$  sur  $\mathbb{R}_+^*$ .
- $g(x) = \frac{x^3 + x}{12\sqrt{x^4 + 2x^2 + 21}}$  sur  $\mathbb{R}$ .

### Exercice 2 (6 points)

---

Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer la primitive sur l'intervalle considéré et vérifiant la condition initiale :

- $r(x) = (3x - 7)^4$  sur  $\mathbb{R}$  avec  $x_0 = 3$  et  $y_0 = 1$ .
- $s(x) = \cos x \times e^{2\sin x}$  sur  $\mathbb{R}$  avec  $x_0 = \frac{\pi}{4}$  et  $y_0 = e^{\sqrt{2}}$ .

### Exercice 3 (4 points)

---

1. Vérifier que la fonction  $F : x \mapsto \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}(x-1)(x+1)$  est une primitive sur  $\mathbb{R}_+^*$  de la fonction  $f : x \mapsto x \ln x$ .
2. Calculer la valeur moyenne de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[1; e]$ .

### Exercice 4 (6 points)

---

Calculer les intégrales suivantes :

- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} h(x) dx$  où  $h(x) = 5 \sin x (3 + \cos x)^3$ .
- $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \varphi(t) dt$  où  $\varphi(t) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 3}$ .