

« Espèce de logarithme ... »
Le capitaine Haddock dans « Objectif Lune » HERGE

Exercice 1

Résoudre :

$$\ln(x^2 + 4x + 3) \leq \ln(x + 7)$$

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \sqrt{x}}{x^3 + 2}, \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1) \ln(\sqrt{x} + 3)}{x^3 + 2}$$

Exercice 3

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{e^x(e^x - 3)}{e^{2x} - 6e^x + 8}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer les primitives de f sur l'intervalle $]2 \ln 2; +\infty[$.

Exercice 4

1. Préciser l'ensemble de définition (en justifiant) et dresser le tableau de variation (en justifiant aussi !) de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{\ln x - 2}{\ln x - 1}$$

2. On considère maintenant la fonction g définie sur $\mathbb{R}_+ - \{e\}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\ln x - 2}{\ln x - 1} & \text{si } x \in \mathbb{R}_+^* - \{e\} \end{cases}$$

- a. La fonction g est-elle continue en 0 (on justifiera soigneusement) ?
- b. La fonction g est-elle dérivable en 0 (idem !) ?