Devoir maison N°1 - Sujet

Exercice 1

1. On suppose que la courbe représentative d'une fonction *f* admet en $+\infty$ (remarque : on raisonnerait de façon similaire en $-\infty$) une asymptote oblique d'équation $y = ax + b$.

   Montrer alors que l'on a : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - ax \right] = b$.
2. On se donne maintenant une fonction *f* définie au voisinage de $+\infty$ et on suppose que l'on a $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a$.
   - Si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - ax \right]$ n'existe pas, on dit que la courbe représentative de la fonction *f* admet la droite d'équation $y = ax$ comme <u>direction asymptotique</u>.
     Donner un exemple d'une telle fonction.
   - Si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - ax \right] = \pm\infty$, on dit que la courbe représentative de la fonction *f* admet une <u>branche parabolique</u> de direction $y = ax$.
     Donner un exemple d'une telle fonction.
   - Si $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - ax \right] = b$ … Que concluez-vous ?
3. Appliquer le résultat précédent à la fonction *f* définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$$

Exercice 2

On considère la fonction *g* définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$g(x) = \frac{\left(50 + x^{20}\right)^2 - 2500}{x^{20}}$$

1. <u>A l'aide de la calculatrice</u>, donner une valeur approchée de $\left(50 + x^{20}\right)^2$ puis de $g(x)$ pour : $x = 0,6$; $0,5$; $0,4$; $0,3$; $0,2$; $0,1$ et $0,01$.
   Peut-on conjecturer la limite de *g* en 0 ?
2. Développer $\left(50 + x^{20}\right)^2$ et simplifier l'expression de $g(x)$. En déduire la limite de *g* en 0.
3. Eloignez vos mains de votre calculatrice, détendez-vous et résistez à la tentation de la jeter dans votre corbeille à papier …

Exercice 3

Traiter l'exercice 134 page 39.