

Devoir maison N°1 - Sujet

Exercice 1

1. On suppose que la courbe représentative d'une fonction f admet en $+\infty$ (remarque : on raisonnerait de façon similaire en $-\infty$) une asymptote oblique d'équation $y = ax + b$.
Montrer alors que l'on a :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = b$$

2. On se donne maintenant une fonction f définie au voisinage de $+\infty$ et on suppose que

l'on a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ ($a \in \mathbb{R}$). Plusieurs situations sont possibles :

- Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$ n'existe pas, on dit que la courbe représentative de la fonction f admet la droite d'équation $y = ax$ comme direction asymptotique.
Donner un exemple d'une telle fonction.
- Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \pm\infty$, on dit que la courbe représentative de la fonction f admet une branche parabolique de direction $y = ax$.
Donner un exemple d'une telle fonction.
- Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = b$... Que concluez-vous ?

3. Appliquer le résultat précédent aux fonctions f et g définies sur \mathbb{R}_+ par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 10x + 1600}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 + 10x\sqrt{x} + 1600}$$

A l'aide de Geogebra, donner une représentation graphique des courbes représentatives de ces deux fonctions et de l'asymptote obtenue (on construira une figure de sorte que x atteigne la valeur 200 et on utilisera, dans la mesure du possible, des couleurs pour rendre l'ensemble plus lisible).

Exercice 2

Traiter l'exercice 132 page 39.