exo complexes :

a)soit $z \neq 2i, alors\ z' = i \Leftrightarrow \frac{z-1}{z-2i} = i \Leftrightarrow z - 1 = i(z - 2i) \Leftrightarrow z(1 - i) = 1 + 2 = 3 \Leftrightarrow z = \frac{3}{1-i} = \frac{3}{2}(1 + i)$

b) soit $z \neq 2i, alors\ z' = -1 \Leftrightarrow \frac{z-1}{z-2i} = -1 \Leftrightarrow z - 1 = -1(z - 2i) \Leftrightarrow z(1 + 1) = 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{1+2i}{2}$

c)$soit\ z \neq 2i, alors\ z' = \frac{x+iy-1}{x+iy-2i} = \frac{x-1+iy}{x+i(y-2)} = \frac{(x-1+iy)(x-i(y-2)}{x^2+(y-2)^2} = \frac{(x-1+iy)(x-i(y-2)}{x^2+(y-2)^2}$

$z' = \frac{x^2-x+y^2-2y+i(y+2x-2)}{x^2+(y-2)^2}$ donc $x' = \frac{x-x+y^2-2y}{x^2+(y-2)^2}$ et $y' = \frac{y+2x-2}{x^2+(y-2)^2}$

d) $soit\ z \neq 2i, alors\ z' réel \Leftrightarrow Im(z) = 0 \Leftrightarrow \frac{y+2x-2}{x^2+(y-2)^2} = 0 \Leftrightarrow y = -2x + 2$

M est sur la droite d'équation $y = -2x + 2$, privée de B

e) $soit\ z \neq 2i, alors\ z'\ imaginaire\ pur \Leftrightarrow Re(z) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-x+y^2-2y}{x^2+(y-2)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + y^2 - 2y = 0$

$x^2 - x + y^2 - 2y = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + (y - 1)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{4}$

M est sur le cercle de centre $\Omega(\frac{1}{2} ; i)$ et de rayon $\frac{\sqrt{5}}{2}$ privé de B

exo vrai faux

1) $\left|-\frac{\sqrt{6}}{2} - i\frac{\sqrt{6}}{2}\right| = \sqrt{3}$ d'où : $-\frac{\sqrt{6}}{2} - i\frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{3}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$ VRAI

2) $\overline{z + 5i} = \overline{z} - 5i$ FAUX

3)$|2 - 4i| = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$ et $2|1 + 2i| = 2\sqrt{1 + 4} = 2\sqrt{5}$ VRAI

4)VRAI

5)$z - \overline{z} = 2i\ Im(z)$ FAUX

6)$z \times \overline{z} = |z|^2$ FAUX

7) pour tout complexe z non nul,on a : $\arg(z) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\ ou\ \arg(z) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \Leftrightarrow z\ imaginaire\ pur$ FAUX

8)VRAI

9)0 n'a pas d'argument FAUX

10) $\frac{1}{4 + 3i} = \frac{4 - 3i}{16 + 9} = \frac{4 - 3i}{25}\ FAUX$