

**T°S6 ET 7**  
**DTL DE MATHÉMATIQUES N° 2**  
**2 DECEMBRE 2014**  
**Durée 2h**  
**Calculatrices**

**I-QCM. Indiquer dans le tableau joint en annexe, l'UNIQUE bonne réponse.**  
**Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque mauvaise réponse enlève 0,25 points et l'absence de réponse n'est pas sanctionnée.**

**1.**

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$

$f$  est dérivable en  $-1$  signifie que :

- a.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  est un réel
- b.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x - 1)$  est un réel
- c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-1+x) - f(-1)}{x}$  est un réel
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**Pour les questions 2, 3, 4 et 5 :**

Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$h(x) = \begin{cases} x^3 & \text{sur } ]-\infty; 0] \\ x^2 & \text{sur } ]0; 1] \\ x & \text{sur } ]1; 4[ \\ \sqrt{x} & \text{sur } [4; +\infty[ \end{cases}$$

**2.**

Le plus grand ensemble sur lequel  $h$  est continue est :

- a.  $\mathbb{R}$
- b.  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$
- c.  $\mathbb{R} \setminus \{4; 1; 0\}$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

**3.**

Le plus grand ensemble sur lequel  $h$  est dérivable est :

- a.  $\mathbb{R}$
- b.  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$
- c.  $\mathbb{R} \setminus \{4; 1; 0\}$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

**4.**

le nombre de solutions sur  $\mathbb{R}$  de l'équation  $h(x) = 3$  est :

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

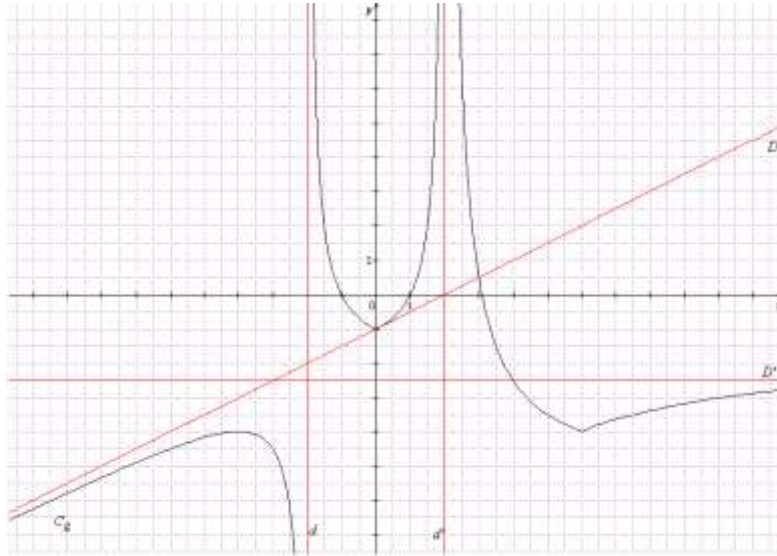
**5.**

le nombre de solutions sur  $\mathbb{R}$  de l'équation  $\frac{2h(x)}{x} = 1$  est :

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

**Pour les questions 6, 7, 8, 9 et 10 :**

Ci-jointes la courbe  $C_g$  représentative d'une fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$  ainsi que ses asymptotes  $d; d'; D$  et  $D'$  dans un repère orthonormé



6.

L'équation réduite de  $D$  est :

- a.  $y = \frac{1}{2}x - 1$
- b.  $y = x - 1$
- c.  $y = 2x - 1$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

7.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - 2,5 =$$

- a. -5.
- b. 0.
- c. 5.
- d. Aucune des trois propositions précédentes n'est correcte.

8.

$$g'(4) =$$

- a.  $\frac{-2}{3}$ .
- b.  $\frac{2}{3}$ .
- c.  $\frac{-3}{2}$ .
- d.  $\frac{3}{2}$ .

9.

le nombre de solutions sur  $\mathbb{R}$  de l'équation  $g'(x) = 0$  est :

- a. 0.
- b. 1.
- c. 2.
- d. 3.

10.

L'équation  $g(x) = k$  admet deux solutions réelles si et seulement si  $k$  appartient à :

- a.  $] -\infty; -4[$
- b.  $] -\infty; -2, 5[$
- c.  $] -\infty; -4[ \cup ] -4; -2, 5[$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte.

11.

La limite en  $x = 1$  de la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$$

est égale à :

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d.  $+\infty$

12.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = -3x + 2\sin 2x$$

Alors:

- a.  $f$  est impaire sur  $\mathbb{R}$
- b.  $f'$  est positive sur  $\mathbb{R}$
- c.  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$
- d.  $f$  est paire sur  $\mathbb{R}$

**Pour les questions 13, 14, 15, 16, 17 et 18 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

13.

$f$  est :

- a. paire
- b. impaire
- c. paire et impaire
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

14.

$f$  est :

- a. périodique de période  $2\pi$
- b. périodique de période  $6\pi$
- c. périodique de période  $2\pi/3$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

15.

Le nombre de solutions sur  $[-2\pi; 2\pi]$  de l'équation  $f(x) = 0$  est :

- a. 0.
- b. 1.
- c. 2
- d. 3

16.

Sur  $\mathbb{R}$ , la fonction dérivée  $f'$  est définie par  $f'(x) =$

- a.  $-x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- b.  $\cos\left(\frac{x}{3}\right) + x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- c.  $\cos\left(\frac{x}{3}\right) - x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

17.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- a. 0.
- b.  $-\infty$
- c.  $+\infty$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

18.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) =$

- a. 0
- b.  $-\infty$
- c.  $+\infty$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**II-VRAI/FAUX. Répondre par V ou F dans le tableau joint en annexe.**

**Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque mauvaise réponse enlève 0,25 points et l'absence de réponse n'est pas sanctionnée.**

**A.**

On considère un espace probabilisé  $(\Omega, p)$  et deux événements  $A$  et  $B$  dans  $\Omega$ .

On sait que  $p(A) = \frac{1}{5}$ , que  $p_A(B) = \frac{1}{3}$  et que  $p(\overline{A} \cap B) = \frac{2}{3}$ .

- a. On a :  $p_{\overline{A}}(B) = \frac{5}{6}$  ;
- b. On a :  $p(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{3}$  ;
- c. On a :  $p(B) = \frac{11}{15}$ .
- d. On a :  $p_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{2}{15}$ .

**B.**

Soit  $u$  une suite numérique dont aucun terme n'est nul. On définit la suite  $v$  par :

$$v_n = 1 + \frac{1}{u_n}.$$

- a. Si  $u$  est convergente, alors  $v$  est convergente.
- b. Si  $u$  est minorée par 1, alors  $v$  est majorée par 2.
- c. Si  $u$  est majorée par 0,5 alors  $v$  est minorée par 3.
- d. On suppose ici que  $u$  est définie par :  $u_0 > 0$  et  $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 2}$ . Alors  $v$  est une suite géométrique.

**C.****SUITE DÉFINIE PAR UN ALGORITHME**

Soit  $n \in \mathbb{N}$ , on considère la suite  $(u_n)$  où  $u_n$  est le réel affiché par l'algorithme ci-contre lorsque l'utilisateur entre la valeur de  $n$ .

a.  $u_3 = 11$ .

b. Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$ .

c. La suite  $(u_n)$  est strictement croissante.

d. Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = n^2 + 2$ .

1	VARIABLES
2	$u$ EST DU TYPE NOMBRE
3	$n$ EST DU TYPE NOMBRE
4	$k$ EST DU TYPE NOMBRE
5	DÉBUT ALGORITHME
6	LIRE $n$
7	$u$ PREND LA VALEUR 2
8	$k$ PREND LA VALEUR 0
9	TANT OUE ( $k < n$ ) FAIRE
10	DEBUT TANT OUE
11	$k$ PREND LA VALEUR $k + 1$
12	$u$ PREND LA VALEUR $u + 2 * (k - 1) + 1$
13	FIN TANT OUE
14	AFFICHER $u$
15	FIN ALGORITHME

**D.**

On étudie l'évolution de deux fourmilières A et B.

Chaque mois, 20% des fourmis de A passent en B et 30% des fourmis de B passent en A.

Au bout d'un nombre de mois égal à  $n$ , on note  $u_n$  et  $v_n$  le nombre total (en milliers de fourmis) de fourmis présentes respectivement dans les fourmilières A et B.

On a dénombré que, initialement, on avait  $u_0 = 320$  et  $v_0 = 180$ .

a. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + \frac{3}{10}v_n \\ v_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{7}{10}v_n. \end{cases}$$

b. La suite  $s = u + v$  est une suite constante.

c. La suite  $t = -2u + 3v$  est géométrique de raison 1 et vérifie, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$t_n = \frac{-100}{2^n}.$$

d. Quel que soit  $n \in \mathbb{N}$ , on a :  $v_n = 200 - \frac{20}{2^n}$ .

NOM Prénom :

T°S

**ANNEXE A RENDRE**

**I-QCM**

1	2	3	4	5	6	7	8	9

10	11	12	13	14	15	16	17	18

**II-V ou F**

Aa	Ab	Ac	Ad	Ba	Bb	Bc	Bd

Ca	Cb	Cc	Cd	Da	Db	Dc	Dd