Vrai ou faux – Page 105

Exercice N°9

→ FAUX
Les solutions de cette équation différentielle sont les fonctions de la forme $x \mapsto C \times e^x$ où C est une constante réelle quelconque. En choisissant $C \neq 1$ et $C \neq 0$ (on obtient une fonction non nulle proportionnelle à la fonction exponentielle mais différente de celle-ci).

Exercice N°10

→ FAUX
On a en fait : $\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R},\ e^{x+y} = e^x \times e^y$.

Exercice N°11

→ FAUX
On a en fait : $\forall x \in \mathbb{R},\ \left(e^x\right)^2 = e^{2x}$.

Exercice N°12

→ VRAI
Pour tout *x* réel, on a : $e^x + 1 \geq 1$. Le dénominateur de $f(x)$ ne peut donc s'annuler et la fonction *f* est définie sur $\mathbb{R}$.
Pour tout *x* réel, on a :

$$f(-x) = \frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1} = \frac{e^{-x}\left(1-e^x\right)}{e^{-x}\left(1+e^x\right)} = \frac{-\left(e^x-1\right)}{e^x+1} = -\frac{e^x-1}{e^x+1} = -f(x)$$

La fonction *f* est donc une fonction impaire.
Sa courbe représentative est bien symétrique par rapport à l'origine dans un repère donné.

Exercice N°13

→ VRAI
On a :

$$e^{x^2} = \frac{1}{e^x} \Leftrightarrow e^{x^2} \times e^x = 1 \Leftrightarrow e^{x^2+x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x\left(x+1\right) = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{-1;0\right\}$$

Exercice N°14

→ FAUX
$\forall x \in \mathbb{R}^+,\ e^x \geq 1$. Donc : $\forall x \in \mathbb{R}^+,\ \frac{1}{e^x} \leq 1$. Soit, finalement : $\forall x \in \mathbb{R}^+,\ e^{-x} \leq 1$.

Exercice N°15

→ **FAUX**

On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{x} = 0$. D'où : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+e^{-x}\right)=1+0=1$ et, enfin : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{1+e^{-x}}=\dfrac{1}{1}=1$.

Exercice N°16

→ **VRAI**
Cf. le cours.

Exercice N°17

→ **VRAI**
La fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2e^{-x}$ est la composée des fonctions : $x\mapsto -x$ (fonction linéaire de coefficient strictement négatif, donc strictement décroissante), $x\mapsto e^{x}$ (strictement croissante, cf. le cours) et $x\mapsto -2x$ (fonction linéaire de coefficient strictement négatif, donc strictement décroissante).
Le nombre de fonctions strictement décroissantes étant pair, on en déduit que la fonction *f* est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice N°18

→ **FAUX**
On a pour tout *x* réel : $e^{x}>0$.
L'équation : $e^{x}=-1$ n'admet donc pas de solution dans $\mathbb{R}$.

Exercice N°19

→ **FAUX**
La fonction *f* est la composée de la fonction $x\mapsto 3x$ et de la fonction exponentielle.
On a donc, pour tout *x* réel : $f'(x)=3\times e^{3x}$.