Vrai ou faux – Page 365

Exercice N°7

→ VRAI
Nous considérons l'expérience aléatoire consistant à choisir une personne au hasard dans la population considérée.
Notons alors F l'événement « la personne choisie est une femme » et C l'événement « la personne choisie va au cinéma ».
On cherche ici $p(\mathrm{C})$.

On a : $p(\mathrm{C}) = p(\mathrm{C} \cap \mathrm{F}) + p(\mathrm{C} \cap \overline{\mathrm{F}}) = p(\mathrm{C} \mid \mathrm{F})\, p(\mathrm{F}) + p(\mathrm{C} \mid \overline{\mathrm{F}})\, p(\overline{\mathrm{F}})$.

En utilisant les données de l'énoncé on obtient alors :

$$\begin{aligned} p(\mathrm{C}) &= (1-20\%)\times 51\% + (1-15\%)\times 49\% \\ &= 0,8\times 0,51 + 0,85\times 0,49 \\ &= \boxed{08245} \end{aligned}$$

Exercice N°8

→ FAUX
Il y a équivalence à condition de considérer des événements de probabilités <u>non nulles</u> !

Exercice N°9

→ FAUX
Encore un piège classique ! On peut imaginer deux événements A et B incompatibles mais non indépendants. Par exemple, on considère l'expérience aléatoire consistant à lancer deux dés non pipés. On considère alors les événements P « les deux faces sont de même parité » et S « la somme des points indiqués est impaire ». On a $\mathrm{P} \cap \mathrm{S} = \varnothing$ et, de fait $p(\mathrm{P} \cap \mathrm{S}) = 0$, mais $p(\mathrm{P}) \neq 0$, $p(\mathrm{S}) \neq 0$ et donc $p(\mathrm{P}) \times p(\mathrm{S}) \neq 0$ …

Exercice N°10

→ FAUX
Encore (et encore !) un joli piège ! On aura un tel résultat si, et seulement si, B et C forment une partition de l'univers (parties disjointes non vides dont la réunion est l'univers).
Si les parties ne sont pas disjointes, on peut considérer $\mathrm{A} = \mathrm{B} \cap \mathrm{C} \neq \varnothing$ et on a alors :

$$p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) + p(\mathrm{A} \cap \mathrm{C}) = p(\mathrm{B} \cap \mathrm{C} \cap \mathrm{B}) + p(\mathrm{B} \cap \mathrm{C} \cap \mathrm{C}) = p(\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) + p(\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) = 2p(\mathrm{B} \cap \mathrm{C})$$

Et : $p(\mathrm{A}) = p(\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) \neq 2p(\mathrm{B} \cap \mathrm{C})$.

Pour les 4 exercices qui suivent, nous notons A l'événement « l'individu est atteint de la maladie M_a » et B l'événement « l'individu est atteint de la maladie M_b ».

Exercice N°11

→ **VRAI**

On cherche ici $p(A \cap B)$.

On a : $p(A \cap B) = p(B \mid A)\, p(A) = 20\% \times 15\% = 0,2 \times 0,15 = \boxed{0,03}$.

Exercice N°12

→ **FAUX**

On cherche ici $p(\overline{A} \cap \overline{B})$.

On a :

$$\begin{aligned} p(\overline{A} \cap \overline{B}) &= p(\overline{B} \mid \overline{A})\, p(\overline{A}) = \left[1 - p(B \mid \overline{A})\right] p(\overline{A}) = \left[1 - p(B \mid \overline{A})\right] \times \left[1 - p(A)\right] \\ &= (1 - 4\%)(1 - 15\%) = 0,96 \times 0,85 = \boxed{0,816} \end{aligned}.$$

Exercice N°13

→ **VRAI**

On cherche ici $p(B)$.

On a : $p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \overline{A})$ mais nous ne disposons pas de $p(B \cap \overline{A})$.

Or : $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = p(\overline{A} \cap B) + p(\overline{A} \cap \overline{B})$.

D'où : $p(\overline{A} \cap B) = 1 - p(A) - p(\overline{A} \cap \overline{B})$ et :

$$\begin{aligned} p(B) &= p(B \cap A) + 1 - p(A) - p(\overline{A} \cap \overline{B}) \\ &= 0,03 + 1 - 0,15 - 0,816 = \boxed{0,064} \end{aligned}$$

Exercice N°14

→ **VRAI**

On cherche ici $p(A \mid B)$.

On utilise la définition : $p(A \mid B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0,03}{0,064} = \boxed{0,46875}$

Exercice N°15

→ **FAUX**

L'événement contraire est « L'événement A ne se réalise pas une seule fois ». La probabilité de cet événement est (indépendance des répétitions) : $0,7^{10}$.

La probabilité cherchée est donc : $\boxed{1 - 0,7^{10}}$