Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix.
Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice N°1 (2 points)

Démontrer que pour tout entier naturel *n*, $7^{2n}-335^n$ est divisible par 13.

Exercice N°2 (2 points)

Démontrer que pour tout entier *n*, $A=(n-11)(n-22)(n-33)(n-44)(n-55)$ est divisible par 5.

Exercice N°3 (3 points

Déterminer le reste de la division euclidienne de 352^{14546} par 5.

Exercice N°4 (5 points)

Soit *x*, *y* et *z* des entiers.
En vous servant des congruences :

- **a)** Donner la liste des restes possibles dans la division euclidienne de x^2 par 8.
- **b)** En déduire la liste des restes possibles dans la division euclidienne de x^2+y^2 par 8.
- **c)** Prouver que l'équation $x^2+y^2=8z^4+6$ n'admet pas de couple (x, y) solution.

Exercice N°5 (4 points)

Pour tout *n* entier naturel, on pose : $A_n=n\times 4^{n+1}-(n+1)\times 4^n+1$

- **a)** Déterminer, suivant la valeur de l'entier naturel *n*, le reste de la division euclidienne de 4^n par 9.
- **b)** Déduire de ce qui précède que, pour tout entier naturel *n*, A_n est divisible par 9.

Exercice N°6 (4 points)

1. Donner s'ils existent tous les entiers naturels qui, divisés par 7, donnent un quotient égal au reste
2. Donner s'ils existent tous les entiers naturels inférieurs à 960 dont la division euclidienne par un entier naturel b non nul donne un quotient de 90 et un reste de 11