Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix.
Le barème est donné à titre indicatif.

La calculatrice est autorisée.

Exercice N°1 (6 points)

Démontrer (sans raisonnement par récurrence !) que pour tout entier naturel n, les nombres suivants sont divisibles par 2 et par 3 (une indication : tout entier naturel n est de la forme $3k$, $3k+1$ ou $3k+2$ …) :

- n^3+11n.
- $n(2n+1)(7n+1)$.

Exercice N°2 (4 points)

Déterminer la division euclidienne de -422 par -13 :

- En utilisant la définition.
- En déterminant d'abord la division euclidienne de 422 par 13.

Exercice N°3 (4 points)

1. A l'aide de votre calculatrice, donner les diviseurs positifs de 21 648 et 33 456 dont l'écriture décimale comporte exactement 4 chiffres.
2. Déterminer un entier naturel n vérifiant :
   a. L'écriture décimale de n comporte exactement quatre chiffres.
   b. Le reste de la division euclidienne de 21 685 par n est égal à 37.
   c. Le reste de la division euclidienne de 33 509 par n est égal à 53.

Exercice N°4 (6 points)

Soit a un entier naturel.

1. Développer $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$.
2. Le nombre a^4+a^2+1 peut-il être premier ?
3. En vous aidant des questions précédentes, donner une factorisation de $A_1=10\,101$.
4. Généraliser le résultat de la question précédente pour $A_k=1\,\underbrace{00...0}_{\substack{2k-1 \text{ fois le} \\ \text{chiffre "0"}}}\,1\,\underbrace{00...0}_{\substack{2k-1 \text{ fois le} \\ \text{chiffre "0"}}}\,1$ où $k\in\mathbb{N}^*$.

Petit bonus (1 point)

En vous « contentant » de transformer (mais sans l'effectuer !) le calcul $A=70^2+70+71$, montrer que le nombre A n'est pas premier.