

**Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix.
Le barème est donné à titre indicatif.**

La calculatrice est interdite.

Exercice N°1 (4 points)

Démontrer (sans raisonnement par récurrence !) que pour tout entier naturel n , les nombres suivants sont divisibles par 2 et par 3 :

- $n^3 - n$.
- $n(n+1)(2n+1)$.

Une indication : tout entier naturel n est de la forme $3k$, $3k+1$ ou $3k+2$...

Exercice N°2 (7 points)

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $2^{3n} - 1$ est divisible par 7.
2. Dédire du résultat précédent que pour tout entier naturel n , $2^{3n+1} - 2$ et $2^{3n+2} - 4$ sont divisibles par 7.
3. Dédire des questions précédentes les restes possibles de la division euclidienne des puissances de 2 (d'exposants entiers naturels) par 7.

Exercice N°3 (4 points)

Déterminer la division euclidienne de -371 par -9 :

- En utilisant la définition.
- En déterminant d'abord la division euclidienne de 371 par 9.

Exercice N°4 (5 points)

On considère deux entiers naturels a et b tels que :

- Le produit ab est égal à 511.
- Dans la division euclidienne de a par b , le quotient est égal à 10 et le reste à 3.

Déterminer a et b .

Une indication : $\sqrt{20\,449} = 143$... ☺