

**Vous pouvez traiter les exercices dans l'ordre de votre choix.
Le barème est donné à titre indicatif.**

La calculatrice est interdite.

Question de cours (3 points)

Démontrer que la relation de congruence est compatible avec la multiplication.

Exercice N°1 (4 points)

Soit la suite (u_n) définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3^{2n+1} + 2^{n+2}$$

Démontrer que l'on a : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n$ est divisible par 7 :

- à l'aide de la relation de congruence.
- en raisonnant par récurrence.

Exercice N°2 (3 points)

En raisonnant avec des congruences modulo 4, démontrer que l'équation $7x^2 - 4y^2 = 1$ d'inconnues x et y entiers relatifs n'admet pas de solution.